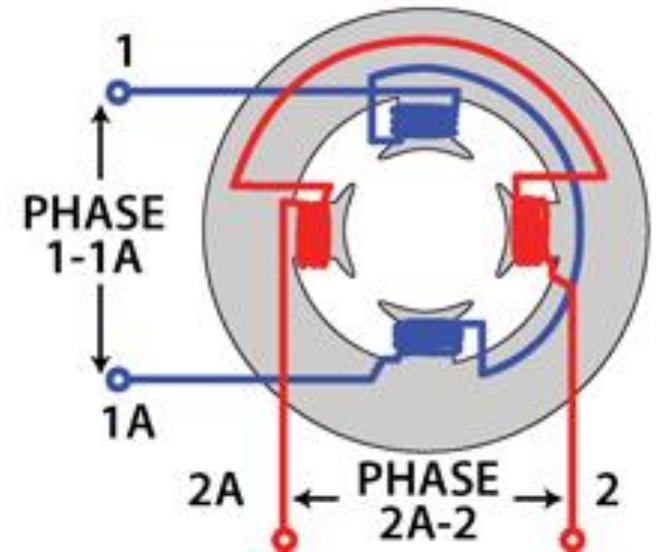


# Двухфазные асинхронные машины

---

Теория и расчет



# Магнитодвижущие силы несимметричных электрических машин

Двухфазная  
несимметричная обмотка

# Симметричная / несимметричная машина

Классическая теория ЭМ рассматривает симметричную электрическую машину

## » Конструктивная симметрия

- Оси фаз статора смещены в пространстве на эл.угол  $\pi/2$  при  $m = 2$  (или на  $2\pi/3$  при  $m = 3$ )
- Одинаковое число эффективных витков фаз  $w_A = w_B$
- Одинаковое число одинаковых пазов на фазу  $N_{zA} = N_{zB}$
- Одинаковый провод в фазе  $d_A = d_B$
- Одинаковые сопротивления фаз  $r_A = r_B, x_A = x_B, Z_A = Z_B$

Нарушение любого условия ведет к конструктивной несимметрии

## » Симметричное питание

- Напряжения фаз равны по амплитуде  $|U_A| = |U_B|$
- Напряжения фаз сдвинуты во времени на эл.угол  $\pi/2$  при  $m = 2$  (или на  $2\pi/3$  при  $m = 3$ )

Нарушение любого условия ведет к несимметричному питанию

Симметричная ЭМ имеет круговое вращающееся поле в зазоре, для которого разработана теория и уравнения

# Симметричная / несимметричная машина

Микромашины, как правило, несимметричны

- » по конструктивному исполнению
- » из-за несимметричного питания
- » и то и другое одновременно

Особенность микромашин – питание от однофазной сети

При этом сами машины имеют многофазную обмотку

Рассмотрим:

- » Теория двухфазных асинхронных машин
  - электрическая несимметрия (питание и обмотки) при симметричном магнитопроводе
- » Теория синхронных машин
  - магнитная несимметрия (явнополюсность ротора) при воздействии кругового поля

# Магнитодвижущая сила фазы (однофазной обмотки)

Метод круговых вращающихся полей – для анализа произвольной несимметрии

Рассмотрим распределенную фазную обмотку переменного тока

при протекании по фазе переменного тока  $i = \sqrt{2}I_{\phi} \cos \omega t$

фаза образует магнитодвижущую силу  $f_{\phi 1} = F_{\phi 1m} \cos \frac{\pi x}{\tau} \cos \omega t$

создающую переменное (пульсирующее) магнитное поле

Амплитуда основной гармоники МДС  $F_{\phi 1m} = \frac{2\sqrt{2}I_{\phi} w_{\phi} k_{об}}{\pi p}$

где  $I_{\phi}$  – действующее значение тока фазы

$w_{\phi}$  – число витков фазы

$k_{об}$  – обмоточный коэффициент основной гармоники

$p$  – число пар полюсов фазы (обмотки)

МДС (и пульсирующее магнитное поле) направлены по оси фазы

# Магнитодвижущая сила фазы (однофазной обмотки)

Разложим пульсирующую МДС на прямую  $F_1$  и обратную  $F_2$  составляющие:

- » имеют одинаковые амплитуды  $F_{\phi 1m} / 2$
- » вращаются в пространстве с одинаковой угловой скоростью  $\Omega = \omega / p$
- » вращаются в противоположные стороны

Та составляющая, что вращается в сторону вращения ротора,  
– **прямая** составляющая  $F_1$

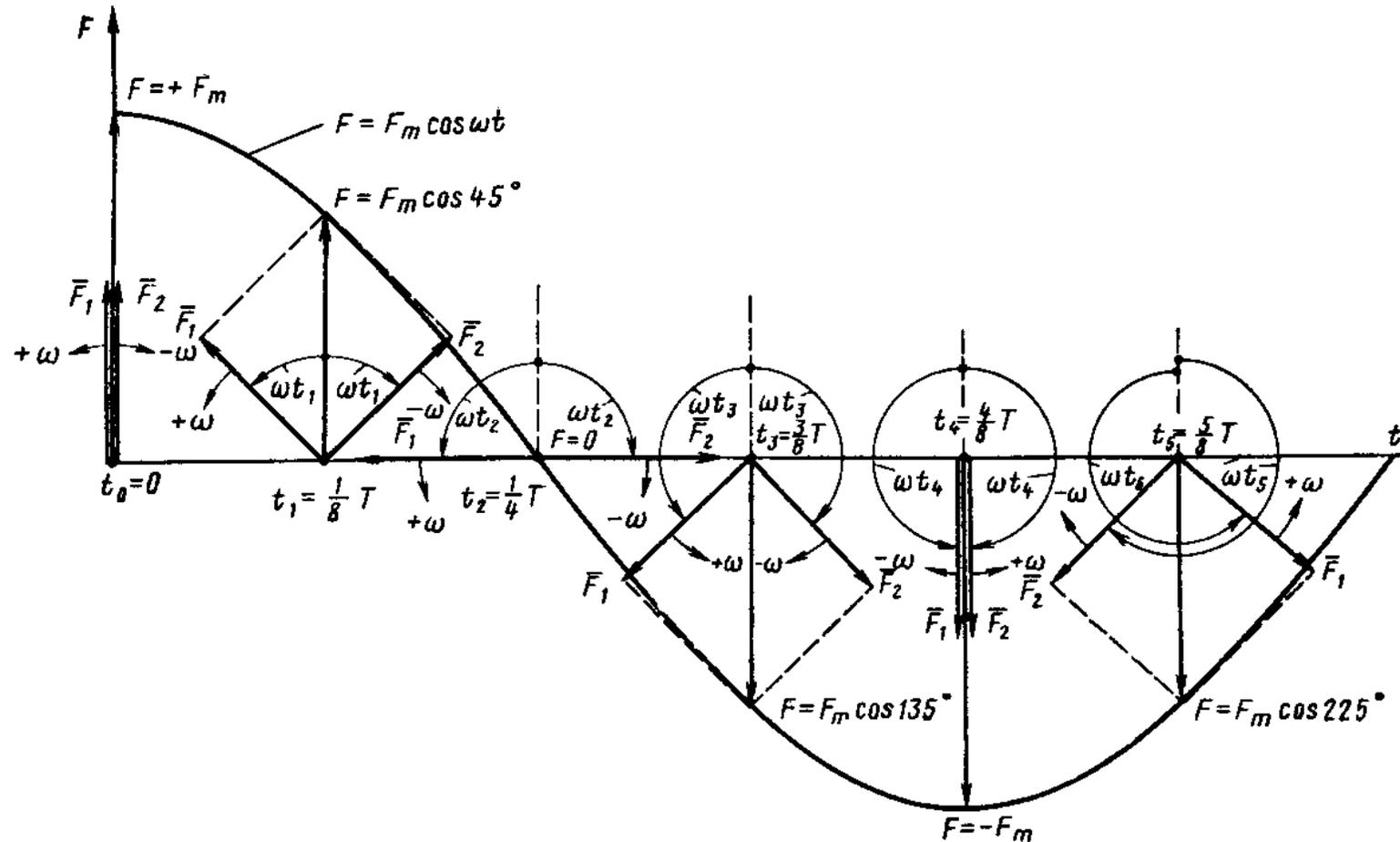
Тогда  $F_2$  – **обратная** составляющая

В любой момент времени геометрическая сумма вращающихся МДС  $F_1$  и  $F_2$   
равна исходной пульсирующей МДС

$$f_{\phi 1} = F_1 + F_2 = \frac{F_{\phi 1m}}{2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right) + \frac{F_{\phi 1m}}{2} \cos\left(\omega t + \frac{\pi x}{\tau}\right)$$

# Магнитодвижущая сила фазы (однофазной обмотки)

Рассмотрим значения МДС через 1/8 периода (45°)



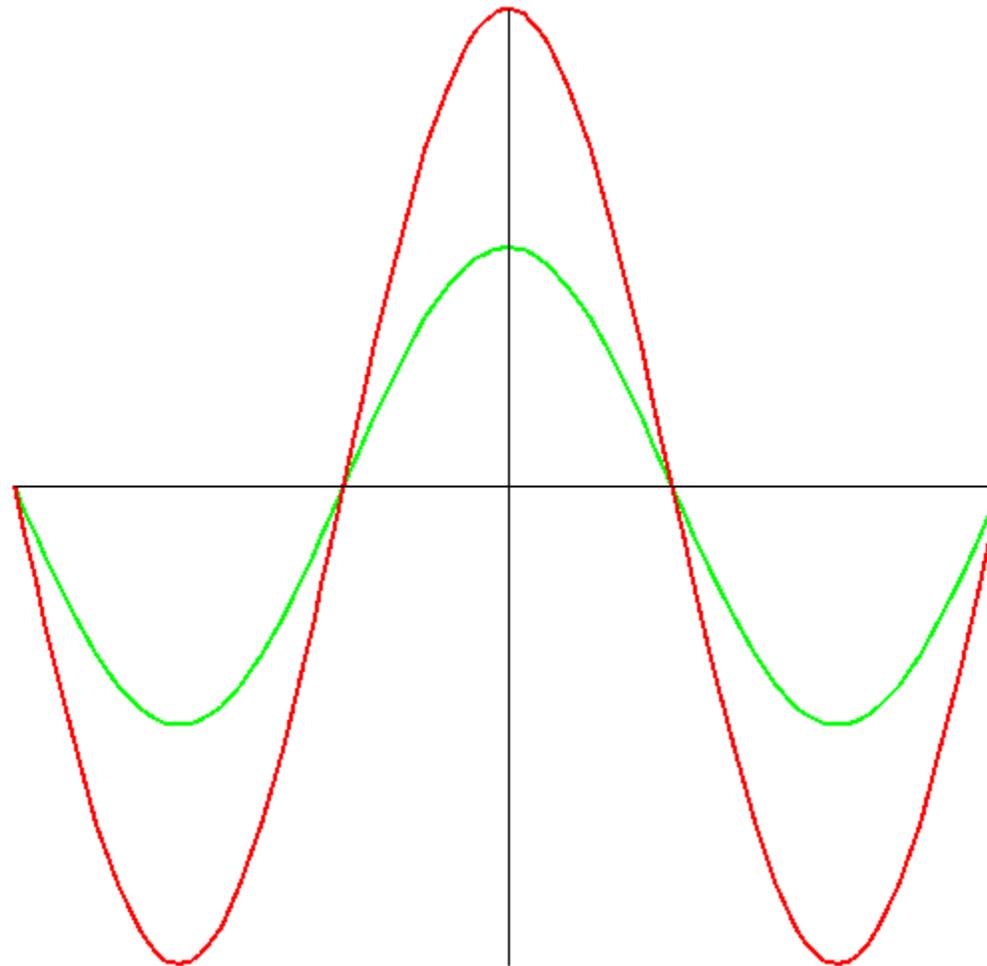
# Магнитодвижущая сила фазы (однофазной обмотки)

Изменение МДС во времени



# Магнитодвижущая сила фазы (однофазной обмотки)

Изменение МДС в пространстве



ЭМАУ

Ширинский С.В., каф.ЭМЭА, НИУ «МЭИ»

# МДС двухфазной несимметричной обмотки

Микромашины, как правило, имеют двухфазную обмотку

Рассмотрим 2-фазную ЭМ с обмотками  $A$  и  $B$

- сдвинутыми в пространстве на угол  $\theta$
- имеющими разные числа витков  $w_A \neq w_B$

По обмоткам протекают гармонические токи  $i_A$  и  $i_B$

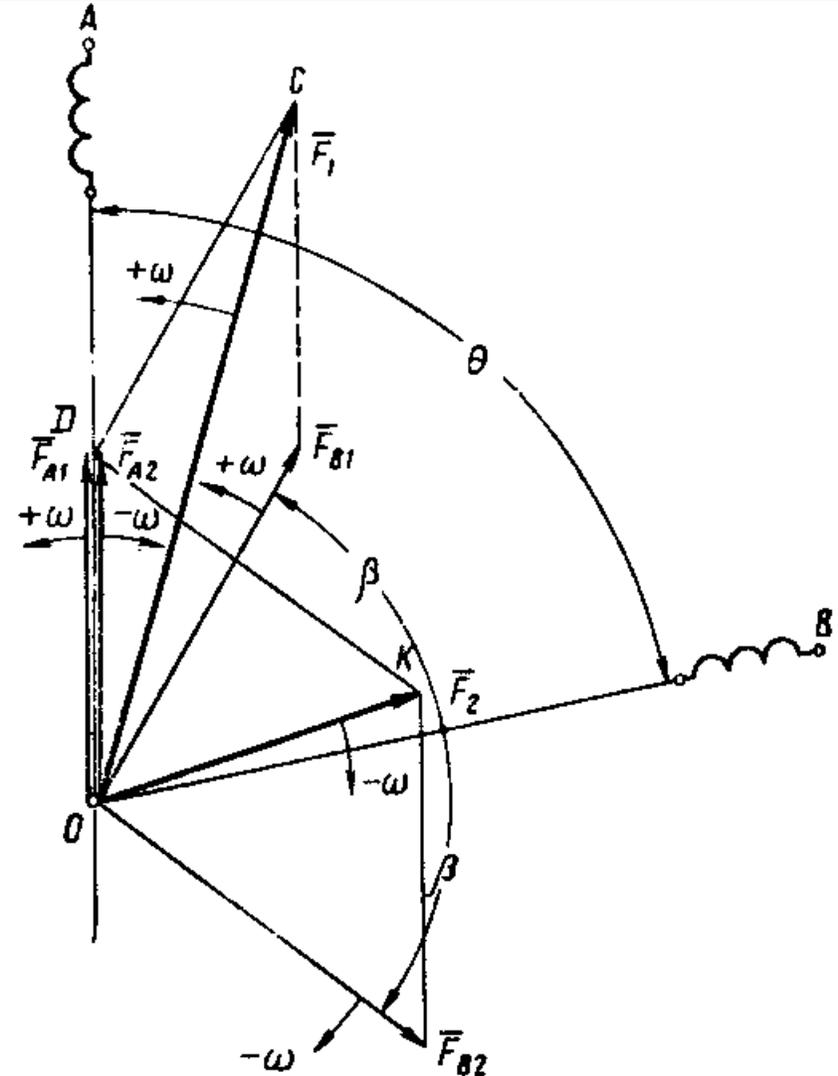
- разные по величине  $I_{Am} \neq I_{Bm}$
- сдвинутые во времени на угол  $\beta$

$$i_A = \sqrt{2}I_A \cos \omega t \quad i_B = \sqrt{2}I_B \cos(\omega t + \beta)$$

Магнитодвижущие силы фазных обмоток

$$F_A = F_{Am} \cos \frac{\pi x_A}{\tau} \cos \omega t \quad F_B = F_{Bm} \cos \frac{\pi x_B}{\tau} \cos(\omega t + \beta)$$

Каждая МДС – пульсирующая по оси фазы



# МДС двухфазной несимметричной обмотки

Каждую [пульсирующую] МДС разложим на прямую и обратную [вращающиеся] составляющие

$$\bar{F}_A = \bar{F}_{A1} + \bar{F}_{A2} \quad \bar{F}_B = \bar{F}_{B1} + \bar{F}_{B2}$$

На рисунке при  $t = 0$

$$F_A = F_{Am} \rightarrow \text{составляющие } F_{A1} + F_{A2}$$

$$F_B = F_{Bm} \cos\beta \rightarrow \text{составляющие } F_{B1} + F_{B2}$$

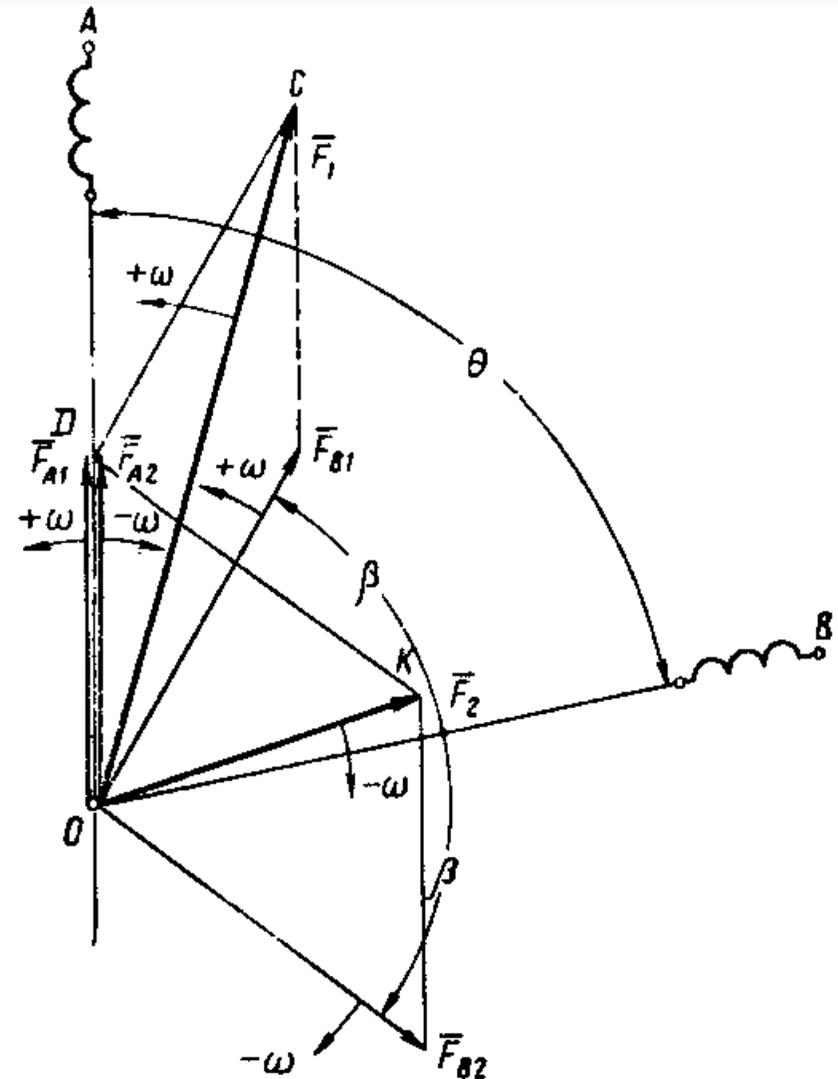
Рассмотрим прямые и обратные составляющие отдельно

$F_{A1}$  и  $F_{B1}$  вращаются со скоростью  $+\omega$   
→ прямая составляющая  $F_1$

$$\bar{F}_1 = \bar{F}_{A1} + \bar{F}_{B1}$$

$F_{A2}$  и  $F_{B2}$  вращаются со скоростью  $-\omega$   
→ обратная составляющая  $F_2$

$$\bar{F}_2 = \bar{F}_{A2} + \bar{F}_{B2}$$



# МДС двухфазной несимметричной обмотки

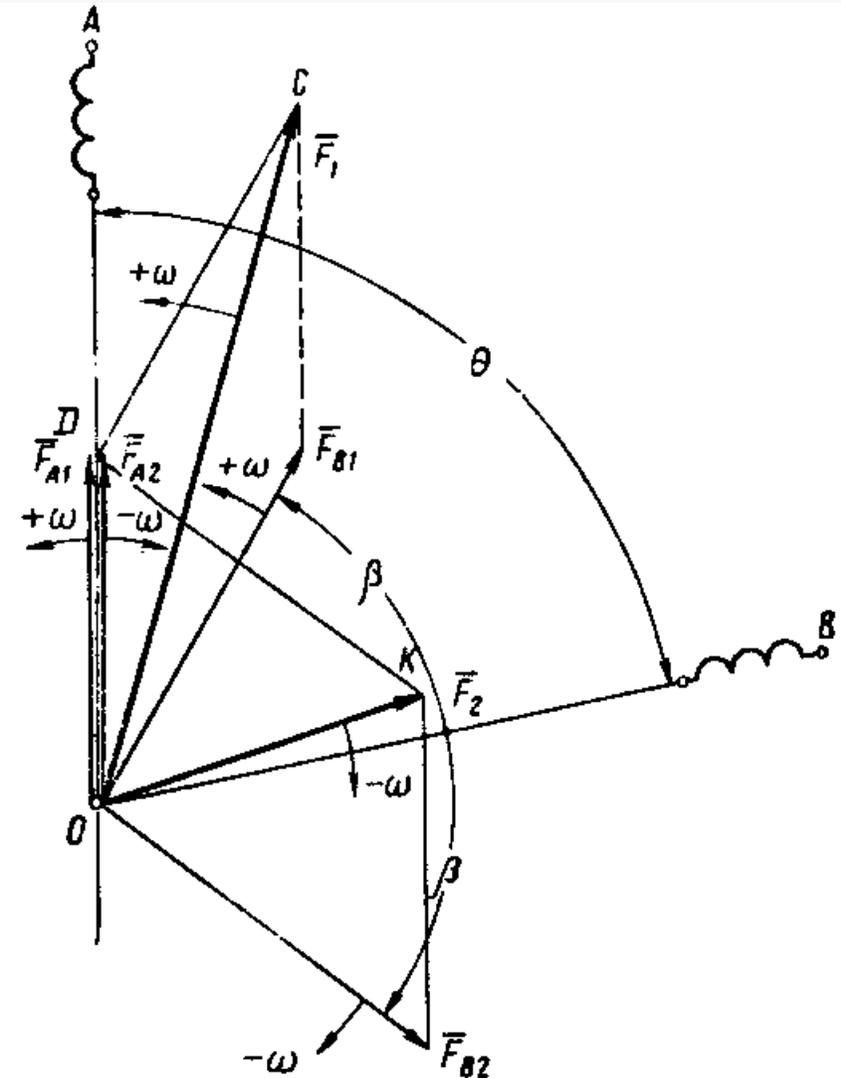
Найдем МДС прямой последовательности  $F_1$   
из треугольника  $ODC$

$$F_1 = OC = \sqrt{OD^2 + DC^2 - 2 \cdot OD \cdot DC \cdot \cos \angle ODC}$$

Здесь  $\angle ODC = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - (\theta - \beta)$   
 $\cos \angle ODC = \cos(180^\circ - (\theta - \beta)) = -\cos(\theta - \beta)$

Кроме того  $OD = F_{A1} = F_{Am} / 2$   
 $DC = F_{B1} = F_{Bm} / 2$

Таким образом  $F_1 = \frac{1}{2} \sqrt{F_{Am}^2 + F_{Bm}^2 + 2F_{Am}F_{Bm} \cos(\theta - \beta)}$





# МДС двухфазной несимметричной обмотки

С помощью выражений

$$F_1 = \frac{1}{2} \sqrt{F_{Am}^2 + F_{Bm}^2 + 2F_{Am}F_{Bm} \cos(\theta - \beta)}$$

$$F_2 = \frac{1}{2} \sqrt{F_{Am}^2 + F_{Bm}^2 + 2F_{Am}F_{Bm} \cos(\theta + \beta)}$$

можно определить МДС прямой и обратной последовательностей

- » при любых МДС (токах) обмоток  $F_{Am}$ ,  $F_{Bm}$
- » при любых пространственных углах между обмотками  $\theta$
- » при любых углах сдвига токов во времени  $\beta$

(т.е. при любой несимметрии обмоток)

Особенность двухфазной машины:

поскольку  $\cos(\theta - \beta) = \cos(\beta - \theta)$

характер магнитного поля несимметричной машины

в равной степени определяется углами  $\theta$  и  $\beta$

# МДС двухфазной несимметричной обмотки

Оценим пусковой момент двухфазного асинхронного двигателя

Электромагнитный момент (от взаимодействия тока и потока) пропорционален квадрату потока

В ненасыщенной машине магнитный поток пропорционален МДС (при  $\Lambda_\delta = \text{const}$ ):

магнитный поток прямовращающегося поля  $\Phi_1 \sim F_1$

магнитный поток обратновращающегося поля  $\Phi_2 \sim F_2$

Тогда пусковой момент несимметричного двигателя  
где  $c_M$  – постоянный коэффициент

$$M_k = c_M (F_1^2 - F_2^2)$$

Подставив выражения МДС  $F_1$  и  $F_2$  получим

$$M_k = \frac{1}{2} c_M F_{Am} F_{Bm} (\cos(\theta - \beta) - \cos(\theta + \beta))$$

С учетом  $\cos \alpha - \cos \gamma = -2 \sin \frac{\alpha + \gamma}{2} \sin \frac{\alpha - \gamma}{2}$  запишем  $M_k = c_M F_{Am} F_{Bm} \sin \theta \sin \beta$

# МДС двухфазной несимметричной обмотки

Оценим пусковой момент двухфазного асинхронного двигателя

$$M_k = c_M F_{Am} F_{Bm} \sin \theta \sin \beta$$

- » Пусковой момент в равной степени определяется углами  $\theta$  и  $\beta$
- » При любом пространственном сдвиге обмоток (кроме  $\theta = 0$  и  $\theta = 180^\circ$ ) максимум пускового момента достигается при временном сдвиге  $\beta = 90^\circ$
- » При любом временном сдвиге токов (кроме  $\beta = 0$  и  $\beta = 180^\circ$ ) максимум пускового момента достигается при пространственном сдвиге  $\theta = 90^\circ$
- » Абсолютный максимум пускового момента достигается при углах  $\theta = 90^\circ$  и  $\beta = 90^\circ$  (при одних и тех же потребляемых из сети токах фаз)

# Круговое и эллиптическое поле

в электрической машине

# Условия получения кругового вращающегося поля

Каждая составляющая  $F_1$  и  $F_2$  образует круговое вращающееся поле

Результирующее поле в ЭМ будет круговым при условии  $F_2 = 0$  (или  $F_1 = 0$ )

Пусть  $F_2 = 0$       $F_2 = \frac{1}{2} \sqrt{F_{Am}^2 + F_{Bm}^2 + 2F_{Am}F_{Bm} \cos(\theta + \beta)} = 0$

или      $F_{Am}^2 + F_{Bm}^2 + 2F_{Am}F_{Bm} \cos(\theta + \beta) = 0$

это возможно только при  $F_{Am} = F_{Bm}$  и  $\cos(\theta + \beta) = -1$ , т.е.  $(\theta + \beta) = 180^\circ$

Рассмотрим двухфазную ЭМ

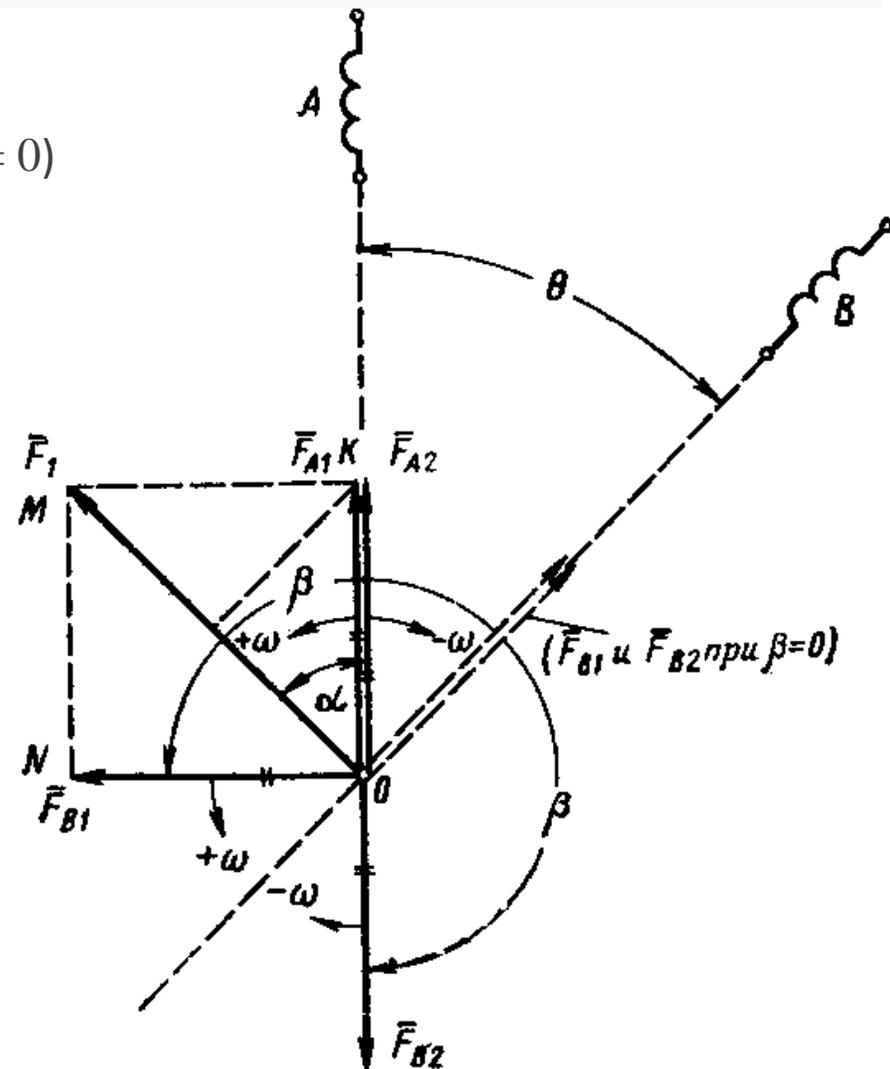
- » с пространственным сдвигом обмоток на угол  $\theta$
- » в которой токи (и МДС) сдвинуты во времени на угол  $\beta$

Разложим МДС фаз на составляющие      $\bar{F}_A = \bar{F}_{A1} + \bar{F}_{A2}$       $\bar{F}_B = \bar{F}_{B1} + \bar{F}_{B2}$

Для исключения обратного поля необходимо

$$\bar{F}_2 = \bar{F}_{A2} + \bar{F}_{B2} = 0 \quad \text{или} \quad \bar{F}_{A2} = -\bar{F}_{B2}$$

Для этого требуется  $F_{Am} = F_{Bm}$  и  $\beta = 180^\circ - \theta$



# Условия получения кругового вращающегося поля

Для получившегося кругового поля найдем величину МДС ( $F_1$ )

из  $\Delta$ -ка  $OKM$  
$$F_1 = 2F_{A1} \cos \alpha = 2F_{A1} \cos \left( \frac{\beta - \theta}{2} \right)$$

При круговом поле 
$$F_{A1} = F_{B1} = \frac{F_{Am}}{2} = \frac{F_{Bm}}{2} = \frac{F_{\phi m}}{2} \quad \text{и} \quad \beta = 180^\circ - \theta$$

Тогда МДС 
$$F_1 = F_{\phi m} \sin \theta$$

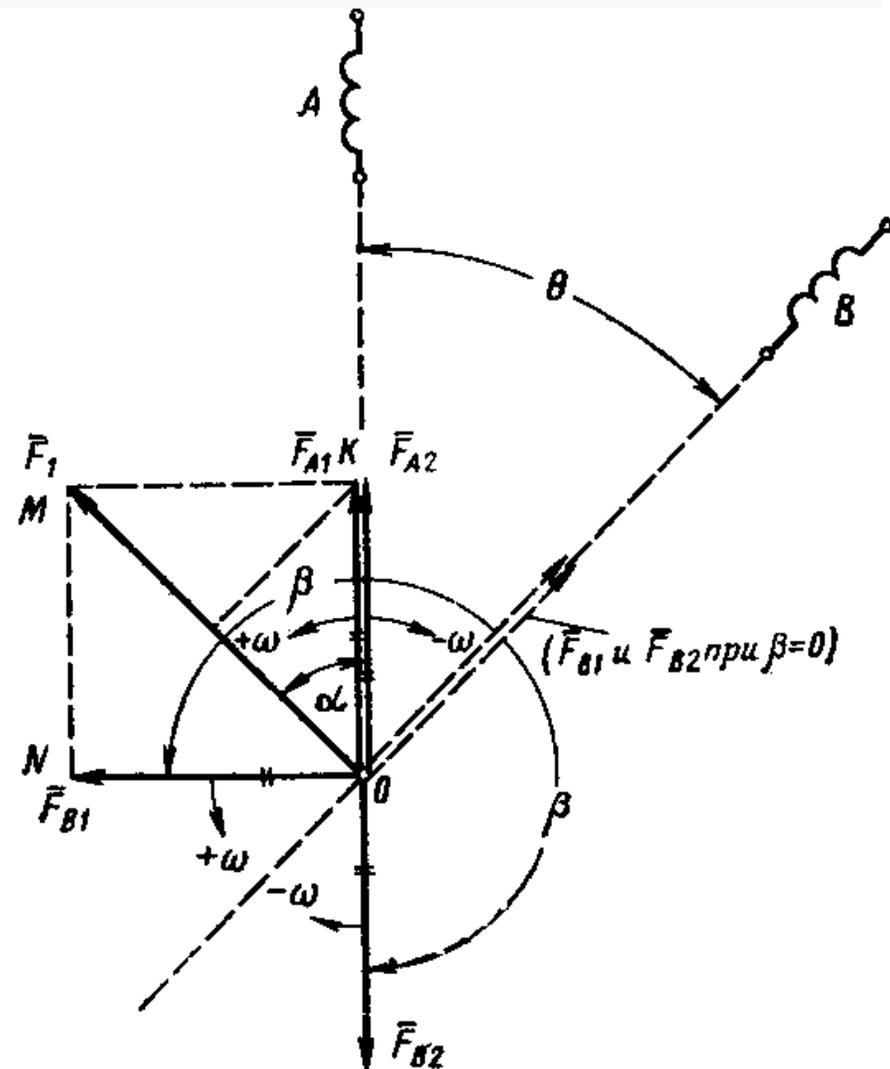
Величина МДС кругового поля максимальна при пространственном сдвиге обмоток на угол  $\theta = 90^\circ$

Подставив  $\theta = 180^\circ - \beta$  (при круговом поле), получим 
$$F_1 = F_{\phi m} \sin \beta$$

Максимум МДС кругового поля имеет место при временном сдвиге токов на угол  $\beta = 90^\circ$

Максимальная МДС кругового поля равна амплитуде МДС любой из фаз

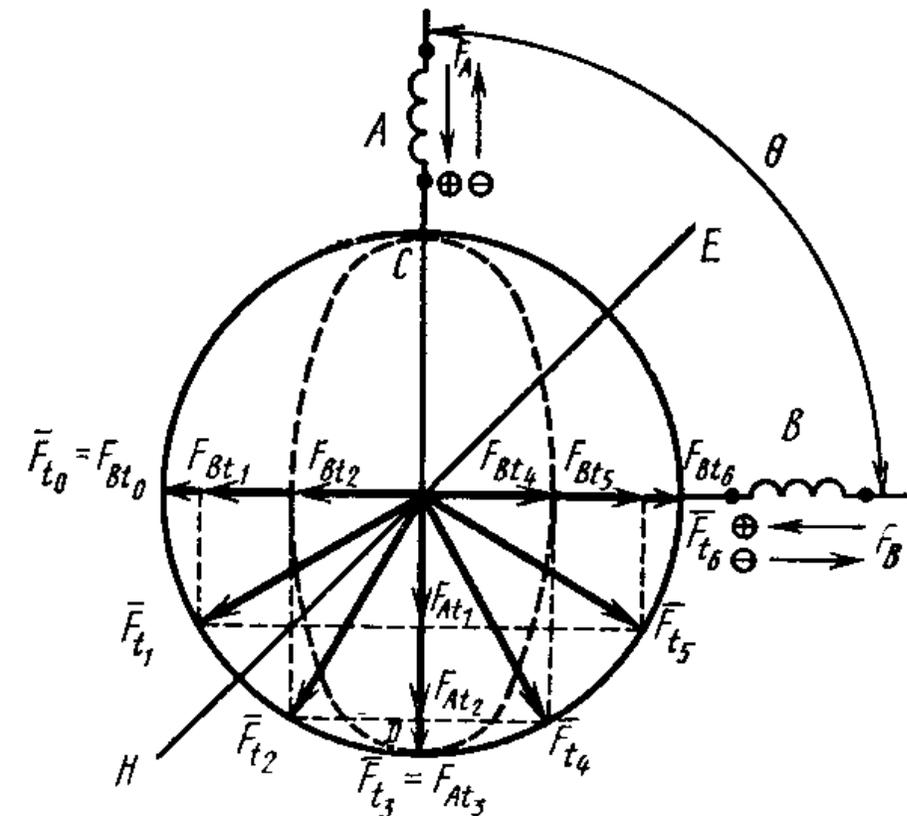
$$F_{1\max} = F_{Am} = F_{Bm} = F_{\phi m}$$



# Условия получения кругового вращающегося поля

Для получения максимального кругового поля в двухфазной машине при минимальных токах (минимальных потерях) стремятся получить:

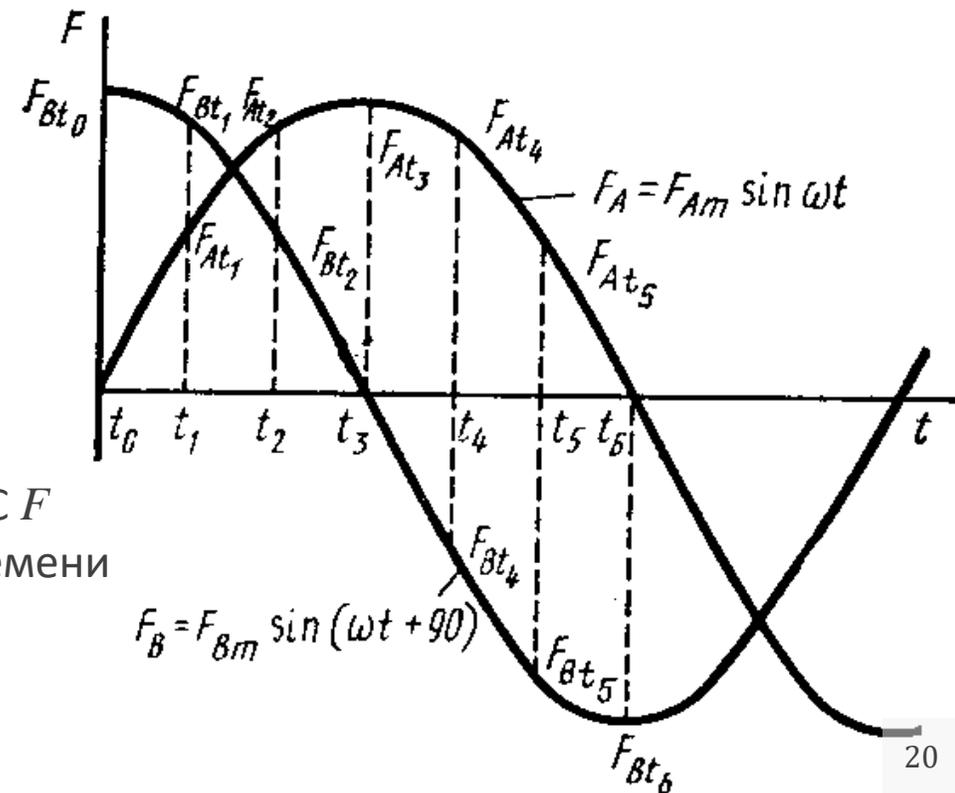
- » пространственный сдвиг обмоток на угол  $90^\circ$
- » временной сдвиг между токами на угол  $90^\circ$



Рассмотрим МДС симметричной двухфазной машины при симметричном питании

- » пространственный сдвиг обмоток  $\theta = 90^\circ$
- » временной сдвиг между МДС  $\beta = 90^\circ$

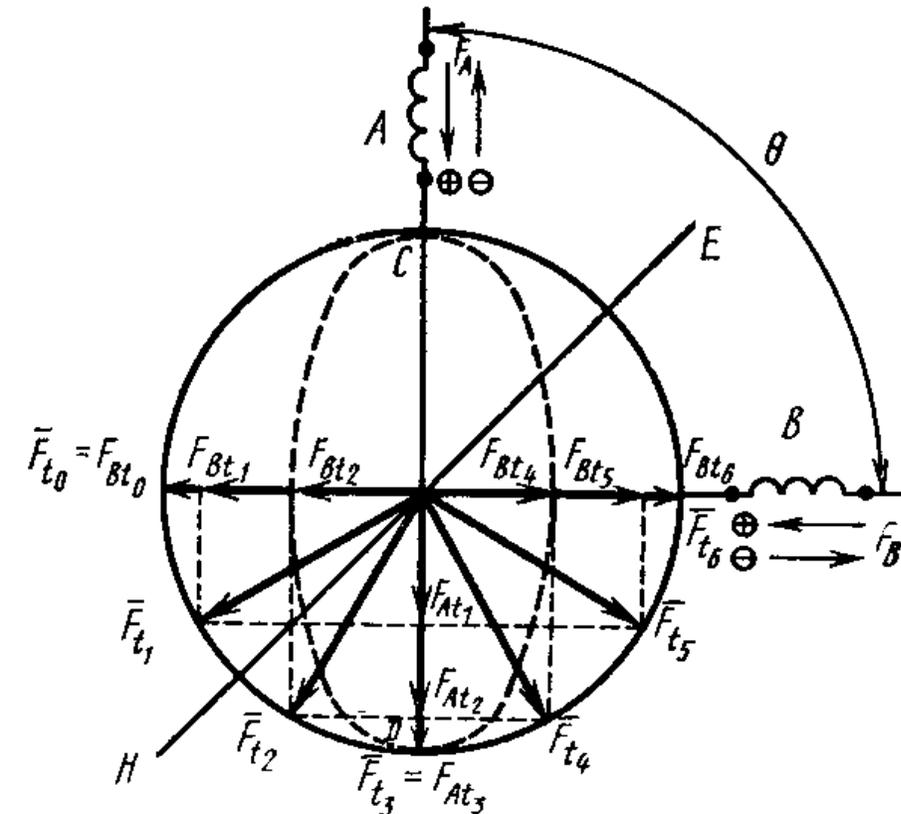
Найдем результирующую МДС  $F$  через равные промежутки времени  
 Годографом вектора  $F$  является окружность



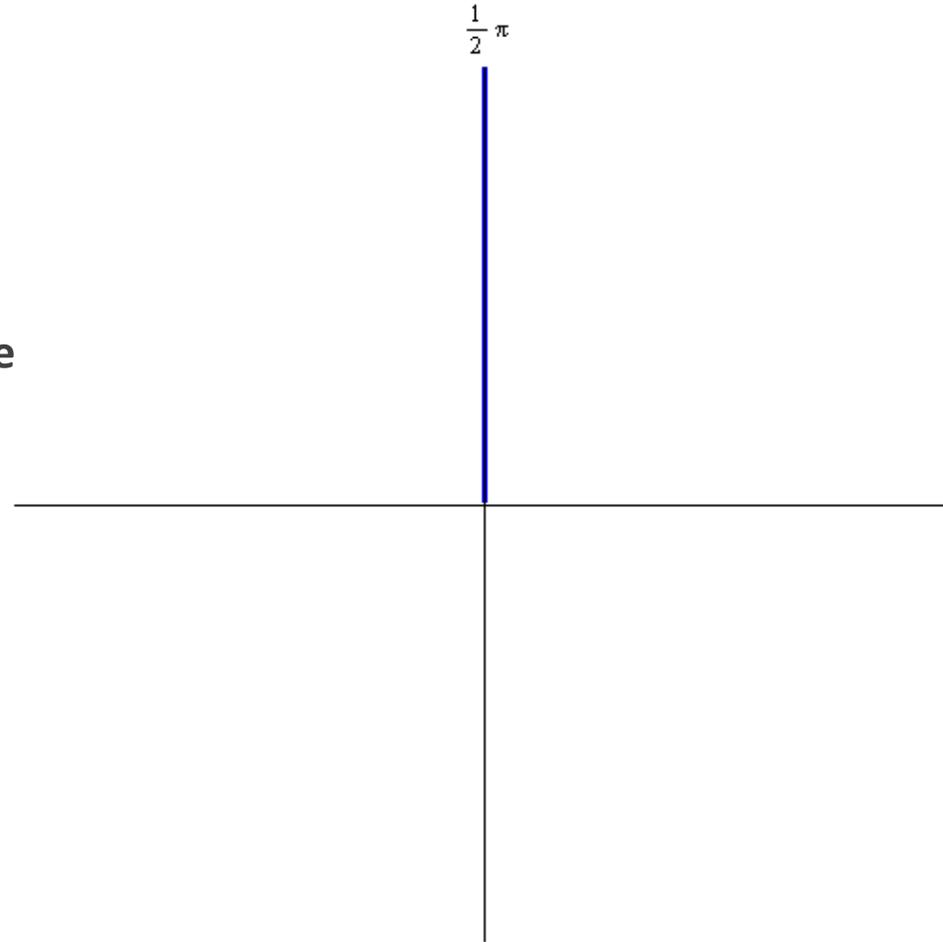
# Условия получения кругового вращающегося поля

- » пространственный сдвиг обмоток на угол  $90^\circ$
- » временной сдвиг между токами на угол  $90^\circ$

При соблюдении этих условий годографом вектора  $F$  является окружность



Круговое поле

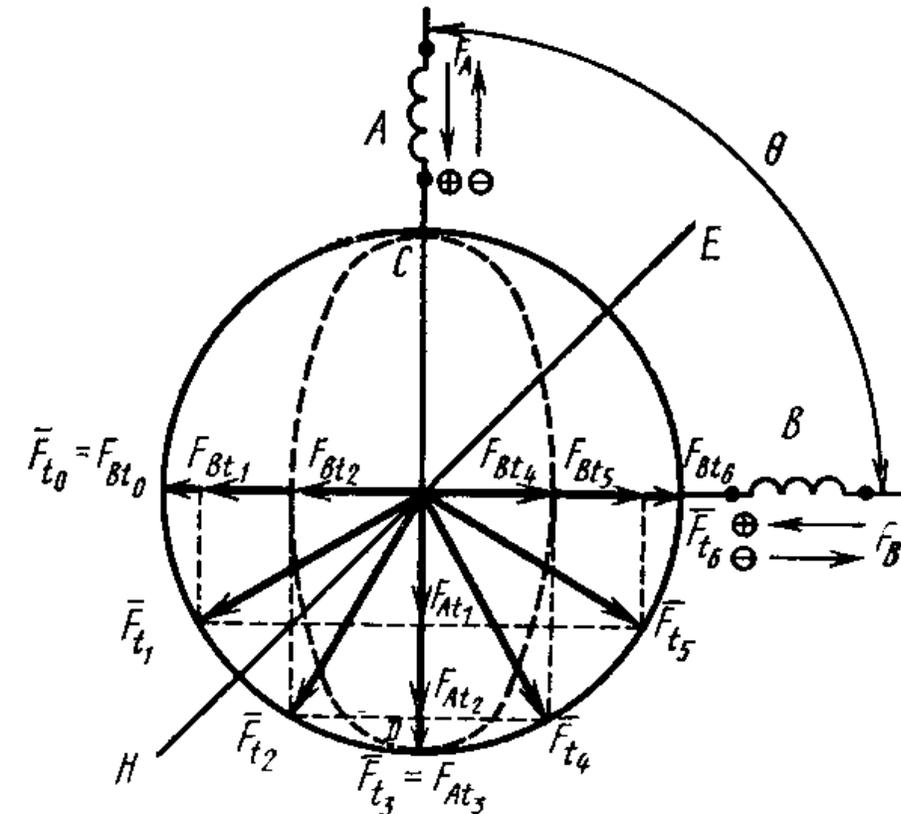


# Условия получения кругового вращающегося поля

- » пространственный сдвиг обмоток на угол  $90^\circ$
- » временной сдвиг между токами на угол  $90^\circ$

Частичное неисполнение этих условий  
– окружность превращается в эллипс

- » например,  $F_{Bm} = 0,5 F_{Am}$   
Эллиптическое поле



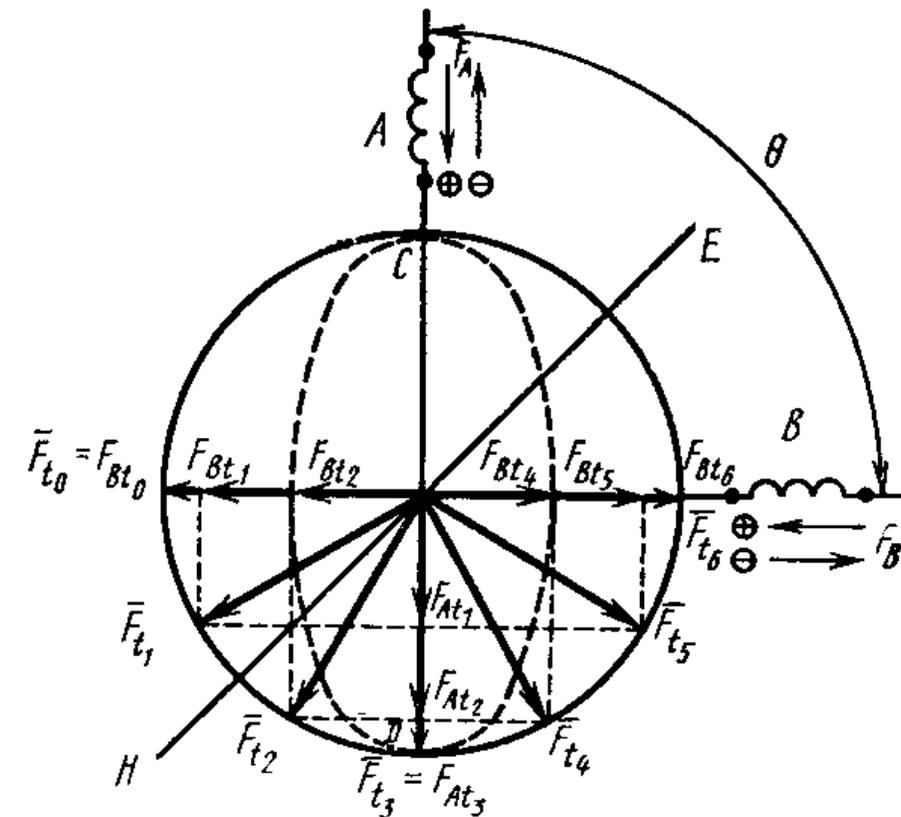
$\frac{1}{2}\pi$

# Условия получения кругового вращающегося поля

- » пространственный сдвиг обмоток на угол  $90^\circ$
- » временной сдвиг между токами на угол  $90^\circ$

Если  $F_{Bm} = 0$ , то эллипс вырождается в линию  $CD$

- » если  $F_{Bm} = F_{Am}$  при  $\beta = 0$ , также получается линия  $EH$  (пульсирующее поле)

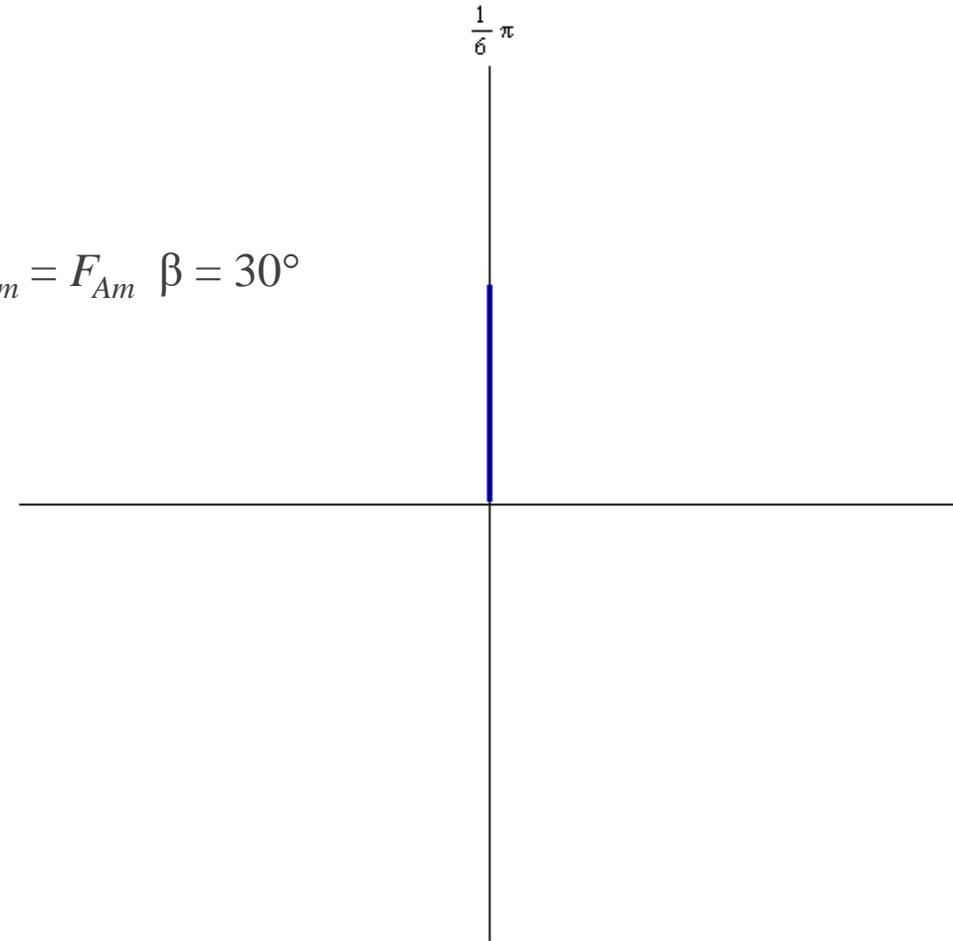
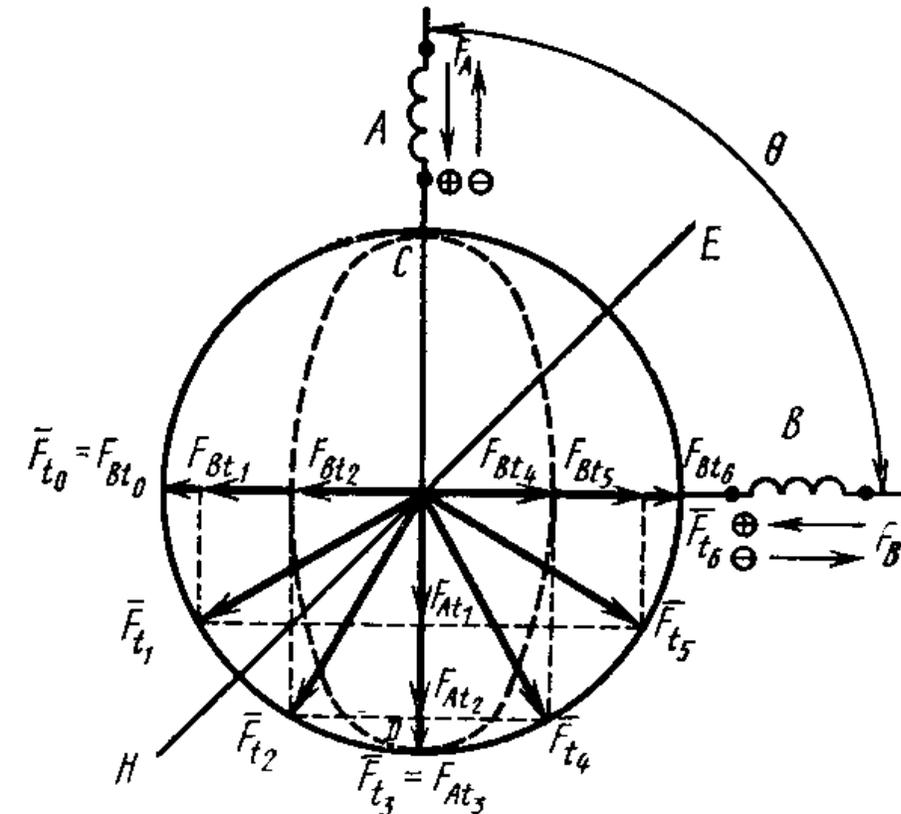


# Условия получения кругового вращающегося поля

- » пространственный сдвиг обмоток на угол  $90^\circ$
- » временной сдвиг между токами на угол  $90^\circ$

На практике двухфазные машины обычно работают при эллиптическом поле

- » например,  $F_{Bm} = F_{Am}$   $\beta = 30^\circ$



# Особенности эллиптического поля

Эллиптическое поле образуется при наличии двух неравных МДС  $F_1$  и  $F_2$ , вращающихся с одинаковой скоростью в разные стороны

Рассмотрим МДС в различные моменты времени:  $t_0, t_1, t_2$

(через 1/8 периода) 
$$\bar{F}_{t_0} = \bar{F}_{1t_0} + \bar{F}_{2t_0}$$

$$\bar{F}_{t_1} = \bar{F}_{1t_1} + \bar{F}_{2t_1}$$

$$\bar{F}_{t_2} = \bar{F}_{1t_2} + \bar{F}_{2t_2}$$

Конец вектора результирующей МДС описывает эллипс

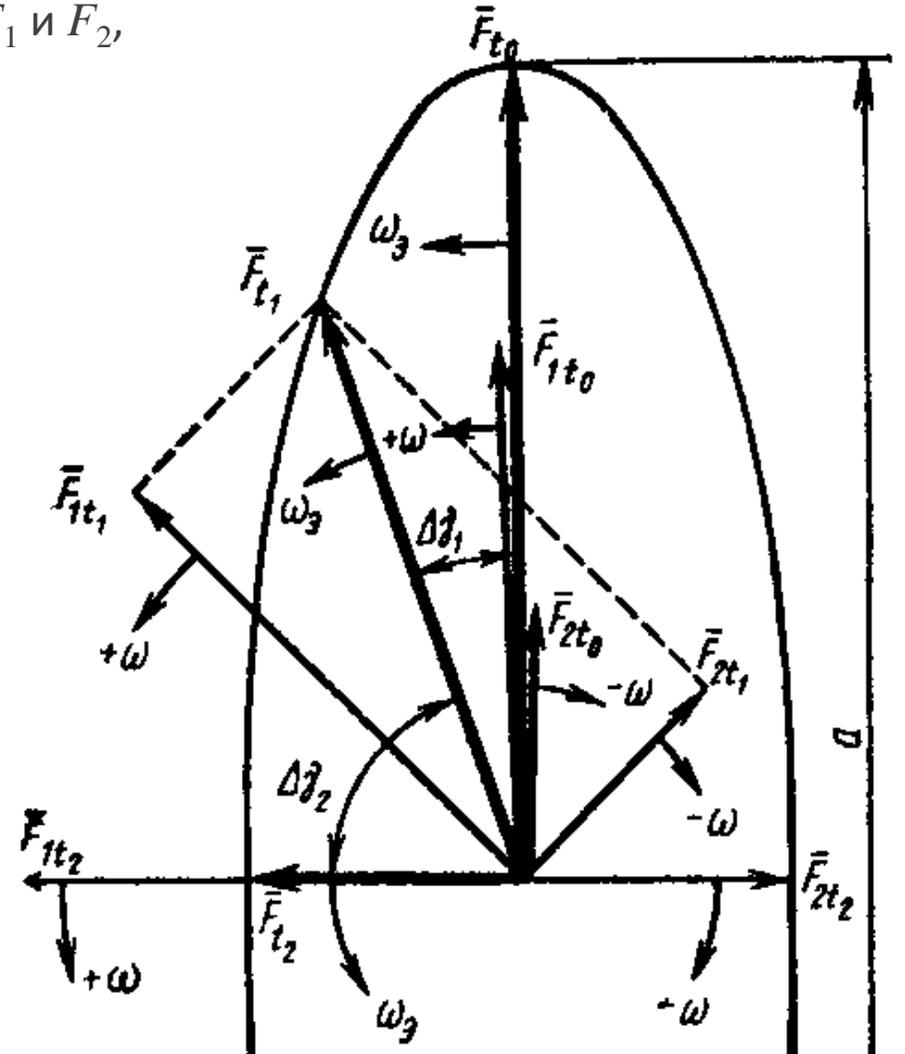
Большая ось эллипса  $a = 2(F_1 + F_2)$

Малая ось эллипса  $b = 2(F_1 - F_2)$

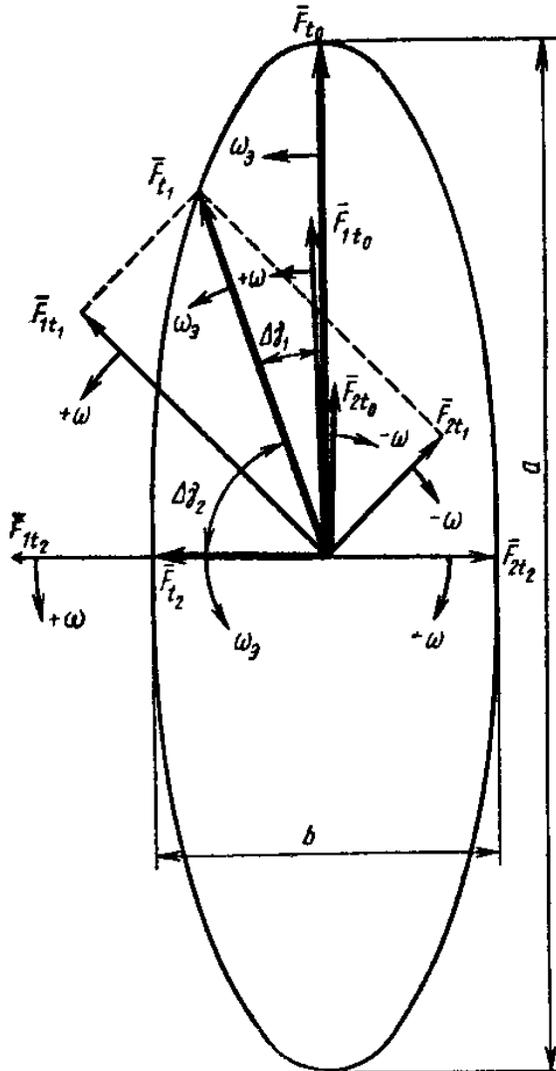
По известным параметрам эллипса можно определить МДС прямой и обратной последовательности

$$F_1 = \frac{a+b}{4} \quad F_2 = \frac{a-b}{4}$$

- » если одна из МДС равна нулю – поле круговое
- » если МДС равны ( $F_1 = F_2$ ) – поле пульсирующее



# Особенности эллиптического поля



Особенность эллиптического поля – непостоянная скорость вращения вектора результирующей МДС (и результирующего поля)

За время  $t_0-t_1$  ( $1/8$  периода) векторы  $F_1$  и  $F_2$  поворачиваются в пространстве на углы  $\pm 45^\circ$

При этом результирующий вектор  $F$  поворачивается на меньший угол  $\Delta\gamma_1$

За следующий интервал  $t_1-t_2$  ( $1/8$  периода) результирующий вектор  $F$  поворачивается на больший угол  $\Delta\gamma_2$

При малых моментах инерции ротора это приводит к неравномерности вращения ротора

# Особенности эллиптического поля

Найдем скорость вращения вектора  $F$

В момент времени  $t$   $\bar{F} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2$

Проекции векторов на оси  $a$  и  $b$

$$F_b = F_{1b} + F_{2b} = F_1 \sin \omega t + F_2 \sin(-\omega t) = (F_1 - F_2) \sin \omega t$$

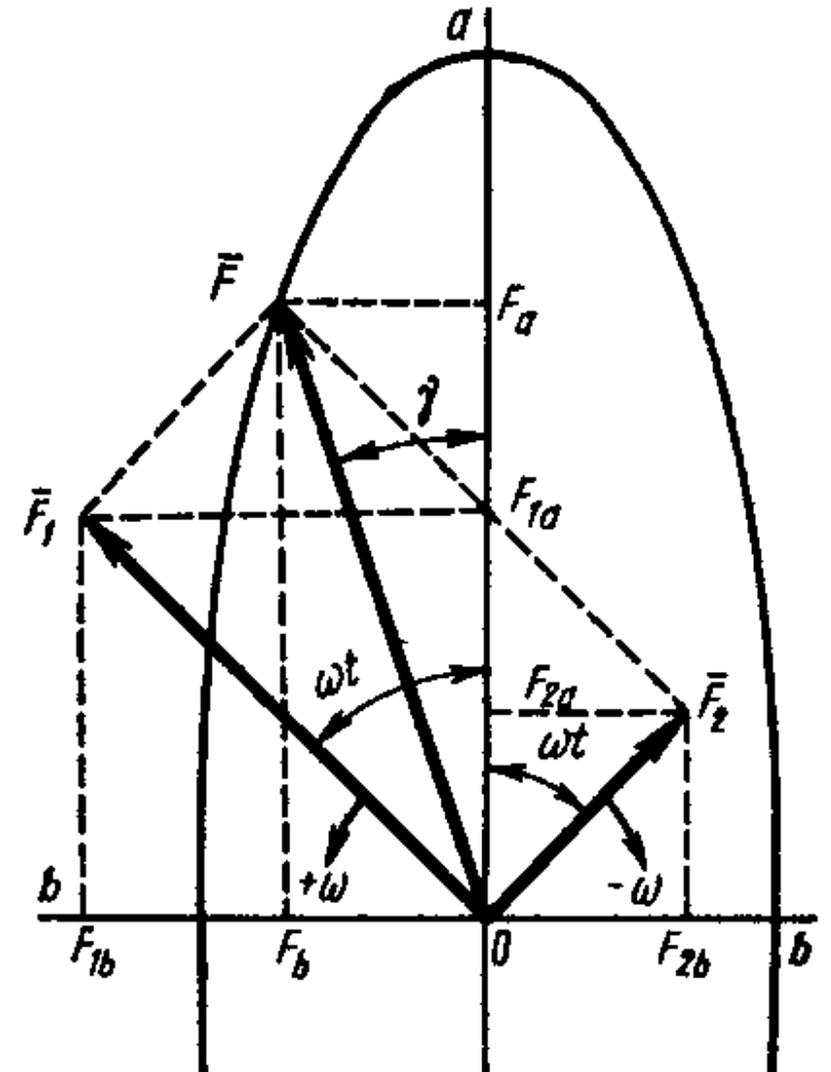
$$F_a = F_{1a} + F_{2a} = F_1 \cos \omega t + F_2 \cos(-\omega t) = (F_1 + F_2) \cos \omega t$$

Результирующий вектор МДС  $F$  за время  $t$  повернется на угол  $\gamma$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{F_b}{F_a} = \frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2} \operatorname{tg} \omega t = k \cdot \operatorname{tg} \omega t$$

где  $k = \frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2}$  – коэффициент формы эллипса

Найдем скорость вращения через изменение угла  $\gamma$



# Особенности эллиптического поля

Найдем скорость вращения вектора  $F$  через изменение угла  $\gamma$

Продифференцируем  $\text{tg}\gamma$  по времени  $\frac{d \text{tg} \gamma}{dt} = \frac{d \text{tg} \gamma}{d\gamma} \cdot \frac{d\gamma}{dt} = \frac{1}{\cos^2 \gamma} \cdot \frac{d\gamma}{dt}$

Мгновенная скорость вращения вектора  $F$

$$\omega_3 = \frac{d\gamma}{dt} = \cos^2 \gamma \cdot \frac{d \text{tg} \gamma}{dt}$$

с учетом производной  $\text{tg}\gamma$  и выражения  $\cos^2 \gamma = \frac{1}{1 + \text{tg}^2 \gamma}$

получим 
$$\omega_3 = \frac{k\omega}{1 - (1 - k^2) \sin^2 \omega t} = \omega N^*$$

Коэффициент  $N^*$  непостоянен во времени  $\rightarrow$

непостоянна мгновенная скорость  $\omega_3$

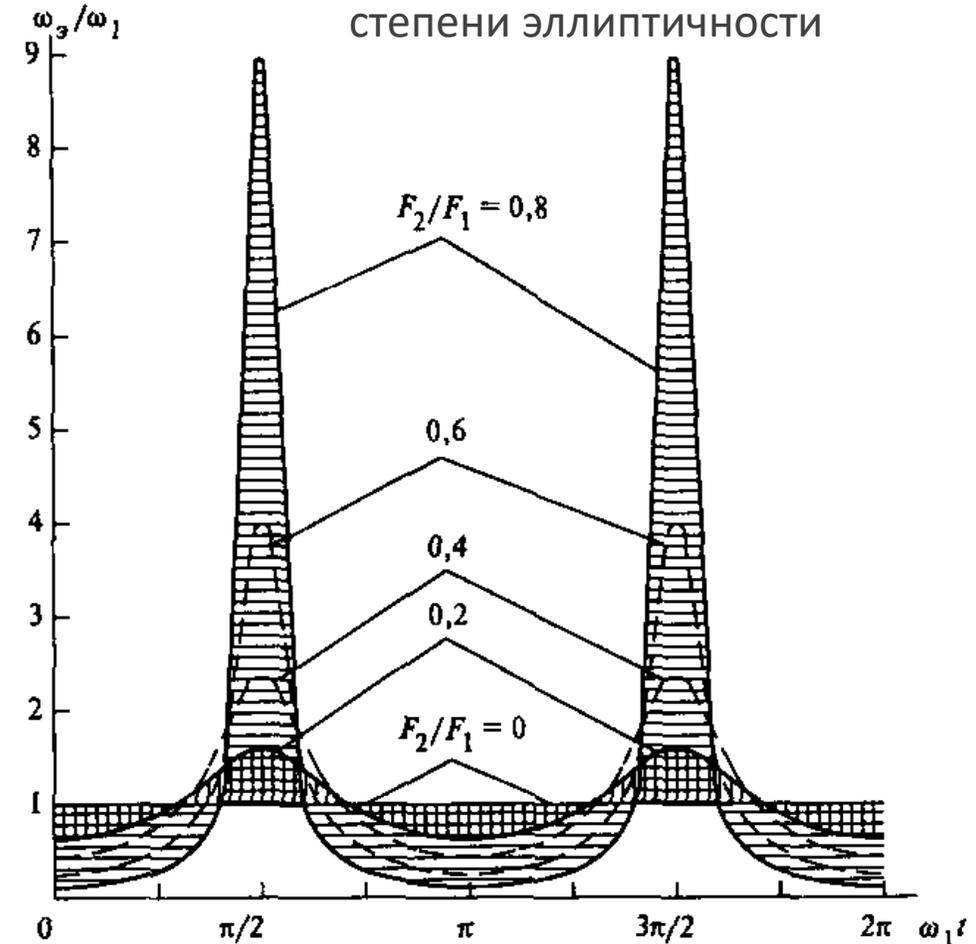
Максимум скорости – при  $\omega t = 90^\circ$  и  $\omega t = 270^\circ$ ,  
т.е. когда  $F$  совпадает с малой осью эллипса  $b$

$$\omega_{3\text{max}} = \frac{\omega}{k} = \frac{F_1 + F_2}{F_1 - F_2} \cdot \omega$$

Минимум скорости – при  $\omega t = 0^\circ$  и  $\omega t = 180^\circ$ ,  
т.е. когда  $F$  совпадает с большой осью эллипса  $a$

$$\omega_{3\text{min}} = k \cdot \omega = \frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2} \cdot \omega$$

$\omega_3 = f(\omega t)$  для разной степени эллиптичности



# Двухфазные асинхронные двигатели (микродвигатели)

# Асинхронные микродвигатели

Конструкция:

- » Статор – сердечник с пазами и двумя распределенными обмотками  
обмотки сдвинуты в пространстве на  $90^\circ$   
→ можно получить круговое поле  
при минимальных токах и потерях в обмотках
- » Ротор – короткозамкнутый

Питание:

- » обычно – от однофазной сети («однофазные двигатели»)

Несимметрия:

- » разное число витков в обмотках
- » иногда разное число пазов на обмотку

Как правило – несимметричный режим работы (эллиптическое поле)  
при электрической несимметрии (но симметрии магнитной цепи)

→ двухфазный несимметричный асинхронный двигатель

# Асинхронные микродвигатели

## Методы анализа несимметричных ЭМ

### » **Метод вращающихся полей**

- фаза при питании переменным током → пульсирующее поле
- прямо- и обратно- вращающиеся поля (круговые)
- сумма таких полей от каждой фазы
- анализ круговых полей и метод суперпозиции

### » **Метод симметричных составляющих**

- электрическая несимметрия / несимметричное питание
- разложение несимметричной системы токов/напряжений на симметричные составляющие
- анализ симметричных составляющих и метод суперпозиции

### » **Метод двух реакций**

- магнитная несимметрия (явнополюсность)
- переход к системе координат  $d-q$ , вращающейся с ротором (по каждой оси в отдельности  $R_\mu = \text{const}$ )
- анализ составляющих поля по каждой оси и метод суперпозиции

# Асинхронные микродвигатели

Базовая асинхронная машина для анализа

- » короткозамкнутый ротор
  - » 2 перпендикулярные обмотки  $A$  и  $B$  на статоре
  - » равные числа одинаковых пазов на фазу  $N_{zA} = N_{zB}$
  - » разные числа витков в фазе  $w_{\phi A} \neq w_{\phi B}$
- также разные эффективные числа витков  $w_A (=k_{oA}w_{\phi A}) \neq w_B (=k_{oB}w_{\phi B})$
- »  $\rightarrow$  разные сопротивления фаз

$$r_A \neq r_B, x_A \neq x_B \rightarrow Z_A \neq Z_B$$

Для получения кругового поля в такой машине необходимо выполнение условия  $\dot{F}_A = -j\dot{F}_B$  или (в машинах с симметричной магнитной системой равенство МДС  $\rightarrow$  равенство потоков)

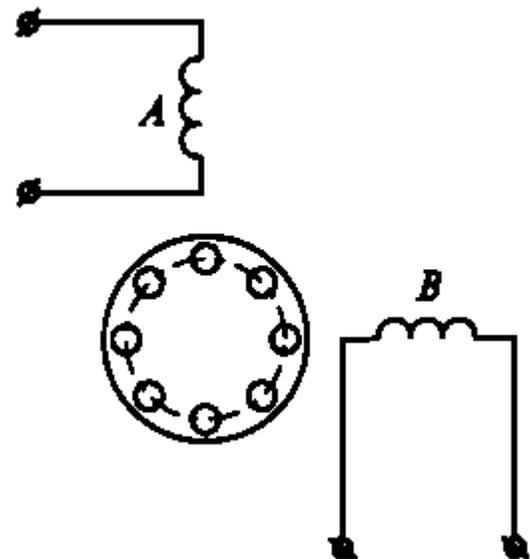
Т.е. токи должны быть

обратно пропорциональны числам витков:  $\frac{I_A}{I_B} = \frac{w_B}{w_A}$

и смещены во времени на  $\beta = 90^\circ$ :  $\dot{I}_A = -j\dot{I}_B \frac{w_B}{w_A} = -j\dot{I}'_B$

$$\frac{0,9\dot{I}_A w_A}{p} = -j \frac{0,9\dot{I}_B w_B}{p}$$

здесь  $I'_B = kI_B$  – ток фазы  $B$ , приведенный к числу витков фазы  $A$   
 – коэффициент трансформации  
 Внимание! В разных учебниках разное определение  $k \rightarrow$  разные формулы!



# Асинхронные микродвигатели

Итак, для получения кругового поля  $\dot{F}_A = -j\dot{F}_B$

Поскольку измерять МДС или потоки затруднительно, можно анализировать напряжения

$$\dot{U}_A = -\dot{E}_A + \dot{I}_A Z_A \quad \dot{U}_B = -\dot{E}_B + \dot{I}_B Z_B$$

Традиционно полагают

$$U_A \approx E_A = 4,44 f w_A \Phi_A \quad U_B \approx E_B = 4,44 f w_B \Phi_B$$

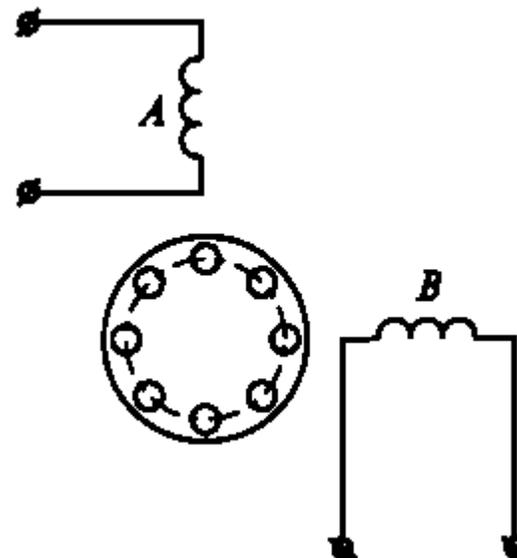
Откуда потоки  $\Phi_A \approx \frac{U_A}{4,44 f w_A}$   $\Phi_B \approx \frac{U_B}{4,44 f w_B}$

При равенстве потоков ( $\Phi_A = \Phi_B \rightarrow$  поле круговое) должно быть (т.е. равны напряжения, приходящиеся на 1 виток)

$$\frac{U_A}{w_A} = \frac{U_B}{w_B}$$

Таким образом, для получения кругового поля надо подать на фазы напряжения

$$\dot{U}_A = -j\dot{U}_B \frac{w_A}{w_B} = -j\frac{\dot{U}_B}{k} = -j\dot{U}'_B$$



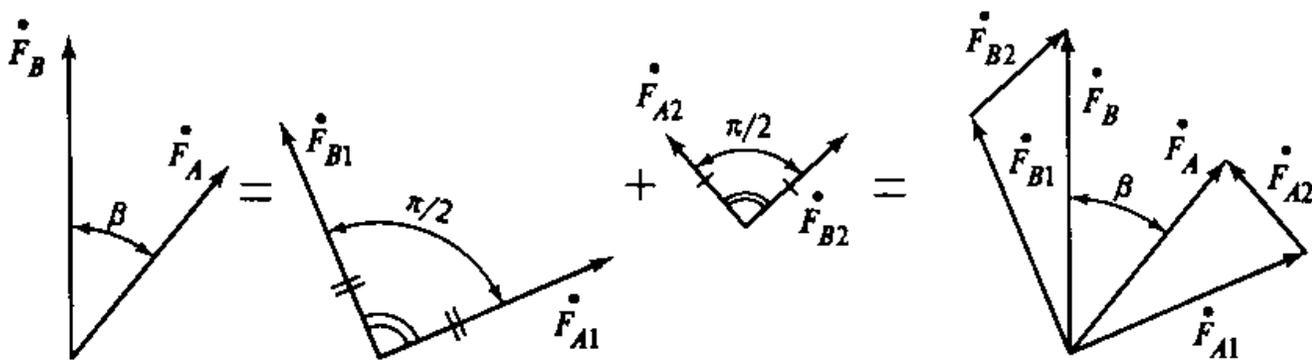
К сожалению, на практике напряжения/токи несимметричны

# Метод симметричных составляющих для двухфазных цепей

# Метод симметричных составляющих

Любая несимметричная система векторов  $A$  и  $B$ , сдвинутых во времени на произвольный угол  $\beta$ , может быть разложена на две симметричные системы, каждая из которых состоит из двух векторов, равных по амплитуде и сдвинутых во времени на  $90^\circ$

- » Одна из этих систем имеет такое же чередование векторов  $A_1$  и  $B_1$ , что и исходная система (система векторов *прямой последовательности*)
- » Другая система имеет чередование векторов  $A_2$  и  $B_2$ , обратное исходной (система векторов *обратной последовательности*)



Суммы одноименных векторов симметричных систем равны исходным векторам

$$\dot{F}_A = \dot{F}_{A1} + \dot{F}_{A2} \quad \dot{F}_B = \dot{F}_{B1} + \dot{F}_{B2}$$

Векторы симметричных систем связаны между собой равенствами («симметричные составляющие»)

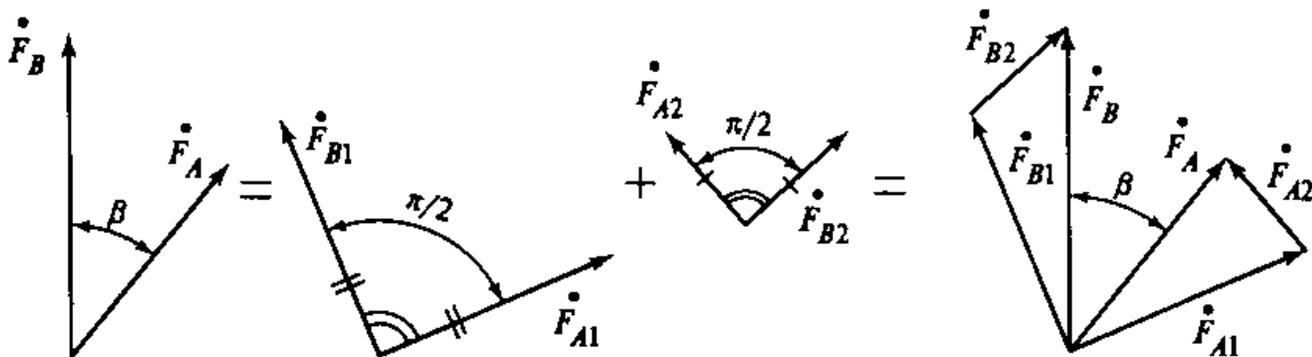
$$\dot{F}_{B1} = j\dot{F}_{A1} \quad \dot{F}_{B2} = -j\dot{F}_{A2}$$

Симметричная система МДС создает круговое поле

# Метод симметричных составляющих

Для разложения несимметричной системы векторов выразим  $F_B$  через составляющие  $F_A$  и найдем выражения для этих составляющих

Итак,  $\dot{F}_B = \dot{F}_{B1} + \dot{F}_{B2} = j\dot{F}_{A1} - j\dot{F}_{A2}$  или  $-j\dot{F}_B = \dot{F}_{A1} - \dot{F}_{A2}$



Решая систему уравнений

$$\begin{cases} \dot{F}_A = \dot{F}_{A1} + \dot{F}_{A2} \\ -j\dot{F}_B = \dot{F}_{A1} - \dot{F}_{A2} \end{cases}$$

найдем выражения для составляющих  $F_A$

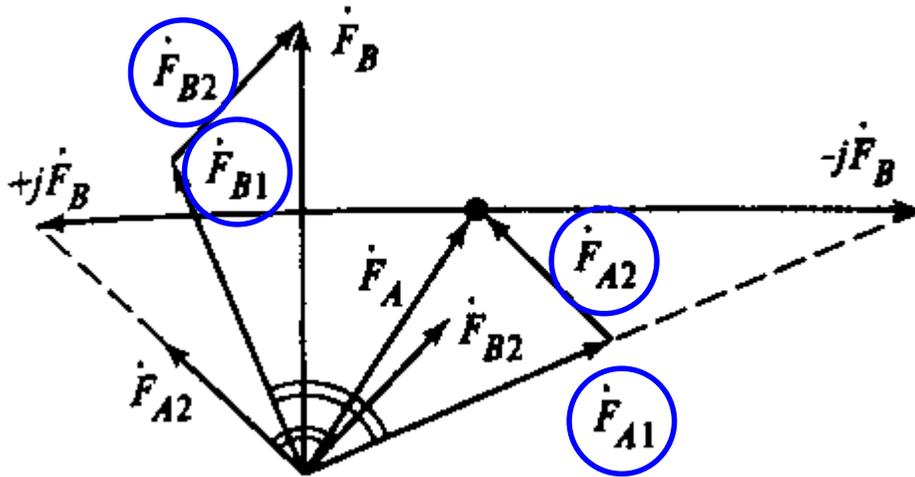
$$\dot{F}_{A1} = \frac{\dot{F}_A - j\dot{F}_B}{2} \quad \dot{F}_{A2} = \frac{\dot{F}_A + j\dot{F}_B}{2}$$

При этом составляющие  $F_B$

$$\dot{F}_{B1} = j\dot{F}_{A1} \quad \dot{F}_{B2} = -j\dot{F}_{A2}$$

# Метод симметричных составляющих

Можно определить симметричные составляющие графически



$$\dot{F}_{A1} = \frac{\dot{F}_A - j\dot{F}_B}{2}$$

$$\dot{F}_A = \dot{F}_{A1} + \dot{F}_{A2} \rightarrow \dot{F}_{A2} = \dot{F}_A - \dot{F}_{A1}$$

$$\dot{F}_{B1} = j\dot{F}_{A1}$$

$$\dot{F}_B = \dot{F}_{B1} + \dot{F}_{B2} \rightarrow \dot{F}_{B2} = \dot{F}_B - \dot{F}_{B1}$$

# Метод симметричных составляющих

Обычно пользуются векторами не МДС, а токов

Симметричная система токов получится при использовании приведенных токов

Тогда, с учетом приведения числа витков

Метод симметричных составляющих запишется как

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{A1} + \dot{I}_{A2} \quad \dot{I}_B = \dot{I}_{B1} + \dot{I}_{B2}$$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{I}_A - jk\dot{I}_B}{2} \quad \dot{I}_{A2} = \frac{\dot{I}_A + jk\dot{I}_B}{2}$$

$$k\dot{I}_{B1} = j\dot{I}_{A1} \quad k\dot{I}_{B2} = -j\dot{I}_{A2}$$

Метод симметричных составляющих позволяет заменять эллиптическое поле на сумму двух круговых полей, вращающихся в противоположные стороны

Уравнения пригодны для анализа любых несимметричных машин с двумя взаимно перпендикулярными обмотками

Они годятся и для анализа однофазных машин (предельный случай несимметрии)

# Метод симметричных составляющих

Рассмотрим однофазную машину

Для этого положим в двухфазной машине  $I_B = 0$

Тогда 
$$\dot{i}_{A1} = \frac{\dot{I}_A - jk\dot{I}_B}{2} = \frac{\dot{I}_A}{2}$$

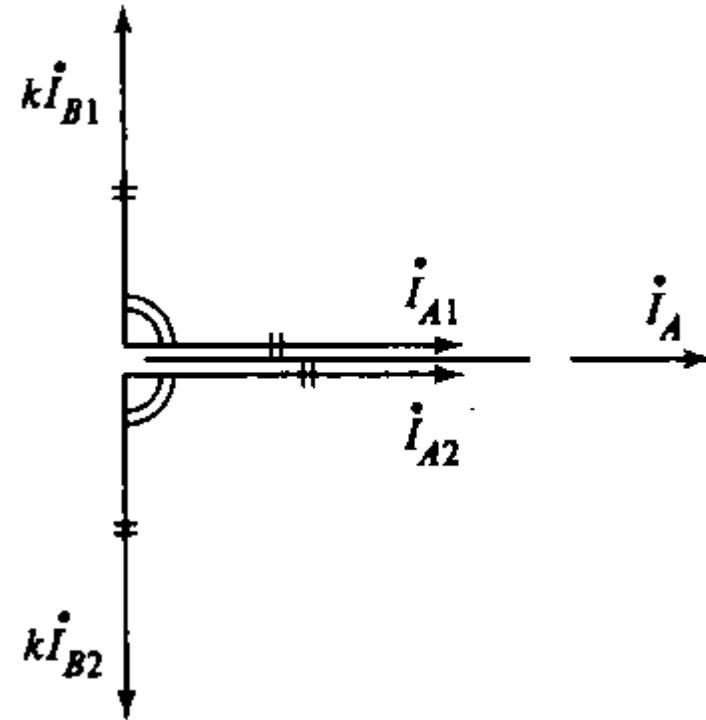
$$\dot{i}_{A2} = \frac{\dot{I}_A + jk\dot{I}_B}{2} = \frac{\dot{I}_A}{2}$$

Проверим 
$$\dot{I}_A = \dot{i}_{A1} + \dot{i}_{A2} = \frac{\dot{I}_A}{2} + \frac{\dot{I}_A}{2} = \dot{I}_A$$

При этом 
$$k\dot{i}_{B1} = j\dot{i}_{A1} \quad k\dot{i}_{B2} = -j\dot{i}_{A2}$$

$$\dot{i}_{B1} = \frac{j\dot{i}_{A1}}{k} = \frac{j\dot{I}_A}{2k} \quad \dot{i}_{B2} = -\frac{j\dot{i}_{A2}}{k} = -\frac{j\dot{I}_A}{2k}$$

Проверим 
$$\dot{I}_B = \dot{i}_{B1} + \dot{i}_{B2} = \frac{j\dot{I}_A}{2k} - \frac{j\dot{I}_A}{2k} = 0$$



# Метод симметричных составляющих

## Пример

Дано: вектор тока фазы A  $\dot{I}_A = 1e^{-j\frac{\pi}{3}}$

вектор тока фазы B  $\dot{I}_B = 1e^{-j\frac{\pi}{6}}$

Коэффициент трансформации  $k = 1$

Найти симметричные составляющие токов

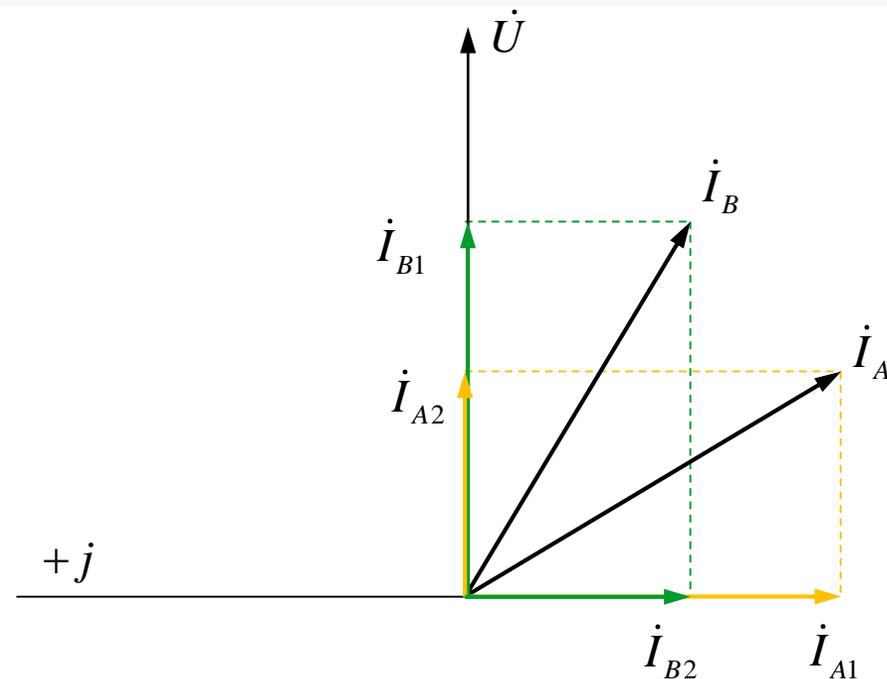
$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{I}_A - jk\dot{I}_B}{2}$$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{1 \cdot (\cos(-60^\circ) + j\sin(-60^\circ)) - j \cdot 1 \cdot 1 \cdot (\cos(-30^\circ) + j\sin(-30^\circ))}{2}$$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{(0,5 - j0,866) - j(0,866 - j0,5)}{2} \quad \dot{I}_{A1} = -j0,866 [\text{A}]$$

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{I}_A + jk\dot{I}_B}{2} = \frac{1 \cdot (\cos(-60^\circ) + j\sin(-60^\circ)) + j \cdot 1 \cdot 1 \cdot (\cos(-30^\circ) + j\sin(-30^\circ))}{2}$$

$$\dot{I}_{A2} = \frac{(0,5 - j0,866) + j(0,866 - j0,5)}{2} \quad \dot{I}_{A2} = 0,5 [\text{A}]$$



$$\dot{I}_{B1} = \frac{j\dot{I}_{A1}}{k} = \frac{j(-j0,866)}{1} = 0,866 [\text{A}]$$

$$\dot{I}_{B2} = \frac{-j\dot{I}_{A2}}{k} = \frac{-j(0,5)}{1} = -j0,5 [\text{A}]$$

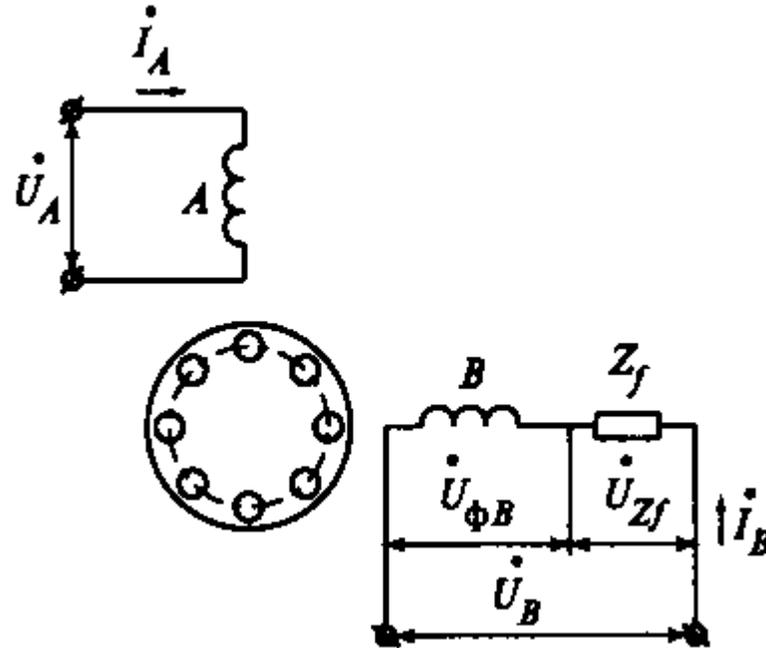
# Уравнения двухфазных асинхронных машин

Расчет составляющих токов

# Уравнения двухфазных асинхронных машин

Наиболее общая схема  
двухфазной несимметричной асинхронной машины

- » Обмотки статора с разным числом эффективных витков  $w_A \neq w_B$
- » Фазосдвигающий элемент  $Z_f$  в фазе  $B$
- » На фазе  $A$  – напряжение  $U_A$
- » Напряжение  $U_B$  – на обмотке фазы  $B$  и фазосдвигающем элементе  $Z_f$
- »  $U_B$  делится между  $U_{\phi B}$  и  $U_{Zf}$
  
- » В общем случае напряжения  $U_A$  и  $U_B$  не равны по величине и сдвинуты на произвольный угол  $\beta$



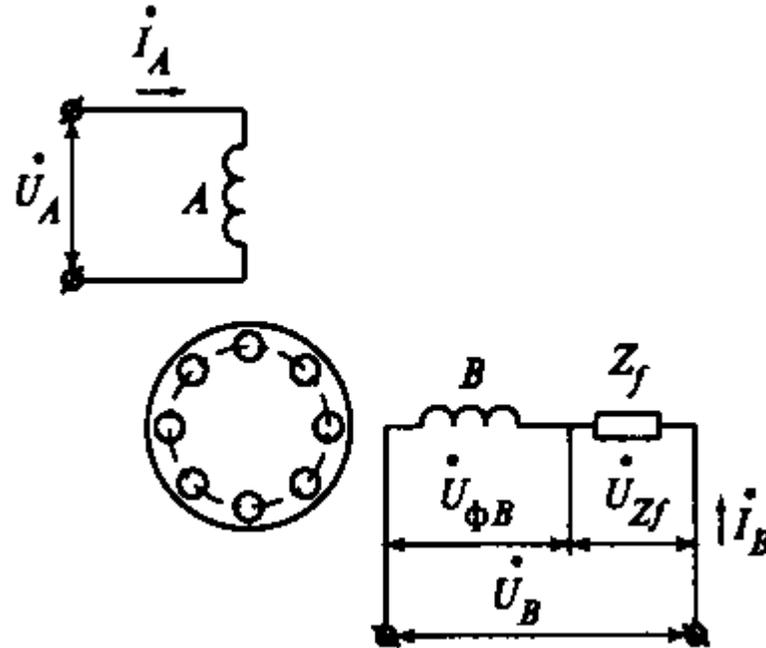
# Уравнения двухфазных асинхронных машин

В несимметричной асинхронной машине токи фаз  $A$  и  $B$  образуют несимметричную систему токов

Разложим их на симметричные составляющие

$$\dot{i}_{A1} = \frac{\dot{i}_A - jk\dot{i}_B}{2} \quad \dot{i}_{A2} = \frac{\dot{i}_A + jk\dot{i}_B}{2} \quad \dot{i}_{B1} = \frac{j\dot{i}_{A1}}{k} \quad \dot{i}_{B2} = -\frac{j\dot{i}_{A2}}{k}$$

$$\dot{i}_A = \dot{i}_{A1} + \dot{i}_{A2} \quad \dot{i}_B = \dot{i}_{B1} + \dot{i}_{B2}$$



Напряжения фаз запишем как падения напряжения

$$\dot{U}_A = \dot{i}_{A1}Z_{A1} + \dot{i}_{A2}Z_{A2} = \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2}$$

$$\dot{U}_B = \dot{i}_{B1}Z_{B1} + \dot{i}_{B2}Z_{B2} = \dot{U}_{B1} + \dot{U}_{B2}$$

$\dot{U}_{A1}, \dot{U}_{A2}$  – падения напряжения на сопротивлениях  $Z_{A1}, Z_{A2}$  фазы  $A$  от токов  $I_{A1}, I_{A2}$

$\dot{U}_{B1}, \dot{U}_{B2}$  – падения напряжения на сопротивлениях  $Z_{B1}, Z_{B2}$  фазы  $B$  от токов  $I_{B1}, I_{B2}$

Если токи фаз разложены на симметричные составляющие, то векторы  $U_{A1}, U_{B1}$  и  $U_{A2}, U_{B2}$  не образуют симметричные системы напряжений (из-за наличия  $Z_f$ )

# Уравнения двухфазных асинхронных машин

В системе уравнений

$$\begin{cases} \dot{U}_A = \dot{I}_{A1}Z_{A1} + \dot{I}_{A2}Z_{A2} \\ \dot{U}_B = \dot{I}_{B1}Z_{B1} + \dot{I}_{B2}Z_{B2} \end{cases}$$

выразим токи фазы  $B$  через токи фазы  $A$

$$\dot{I}_{B1} = \frac{j\dot{I}_{A1}}{k} \quad \dot{I}_{B2} = -\frac{j\dot{I}_{A2}}{k}$$

Получим

$$\begin{cases} \dot{U}_A = \dot{I}_{A1}Z_{A1} + \dot{I}_{A2}Z_{A2} \\ -jk\dot{U}_B = \dot{I}_{A1}Z_{B1} - \dot{I}_{A2}Z_{B2} \end{cases}$$

Решим систему уравнений относительно токов фазы  $A$

Прямая составляющая тока фазы  $A$

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_A Z_{B2} - jk\dot{U}_B Z_{A2}}{Z_{A1}Z_{B2} + Z_{A2}Z_{B1}}$$

Обратная составляющая тока фазы  $A$

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{U}_A Z_{B1} + jk\dot{U}_B Z_{A1}}{Z_{A1}Z_{B2} + Z_{A2}Z_{B1}}$$

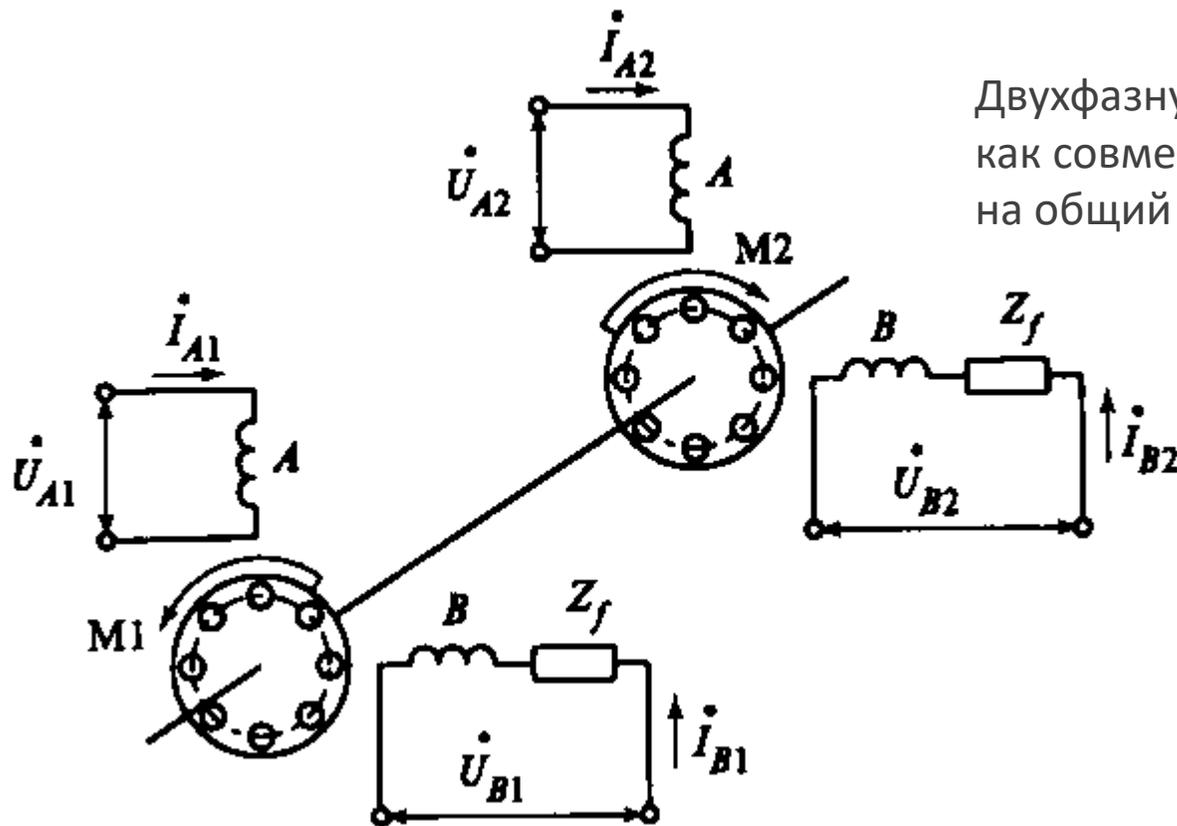
Составляющие тока фазы  $B$  тогда

$$\dot{I}_{B1} = \frac{j\dot{I}_{A1}}{k} \quad \dot{I}_{B2} = -\frac{j\dot{I}_{A2}}{k}$$

Это решение для самого общего случая двухфазной несимметричной асинхронной машины

# Уравнения двухфазных асинхронных машин

Токи прямой составляющей  $I_{A1}$ ,  $I_{B1}$  создают прямовращающееся круговое поле и вращающий момент  
Токи обратной составляющей  $I_{A2}$ ,  $I_{B2}$  создают обратновращающееся круговое поле и тормозной момент



Двухфазную несимметричную машину можно представить как совместную работу двух двухфазных симметричных машин на общий вал

Это модель, а в реальности:

- » в фазе  $A$  протекают токи  $I_{A1}$  и  $I_{A2}$  (вместе  $\rightarrow I_A$ )
- » в фазе  $B$  протекают токи  $I_{B1}$  и  $I_{B2}$  (вместе  $\rightarrow I_B$ )
- » в обмотке ротора протекают токи, наведенные прямо-вращающимся и обратновращающимся полями статора

# Схемы замещения несимметричных асинхронных машин (микромашин)

# Схемы замещения асинхронных машин

Схема замещения – модель полного сопротивления фазы обмотки

Полное сопротивление фазы содержит сопротивление обмотки статора и сопротивление обмотки ротора, приведенное к числу витков и фаз обмотки статора – для каждой симметричной составляющей

При вращающемся роторе поля прямой и обратной последовательности вращаются относительно ротора с разной скоростью (разные скольжения)

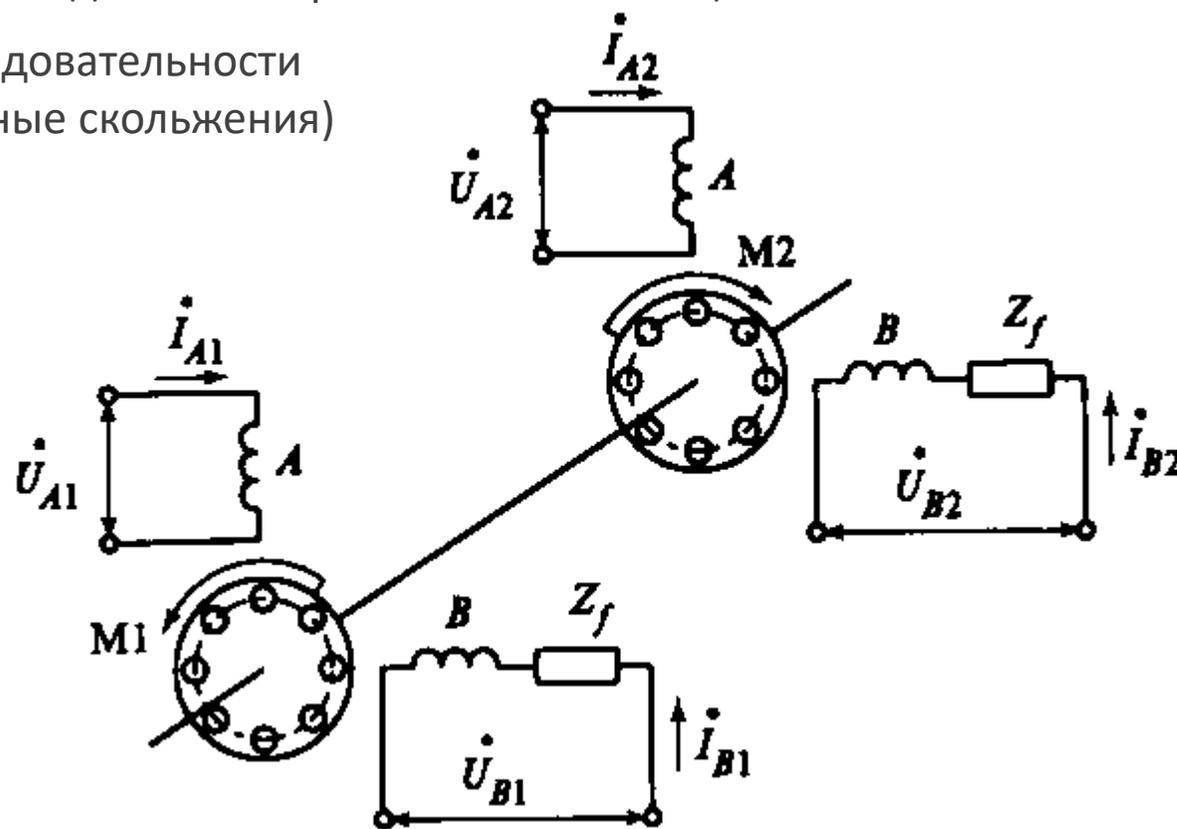
→ они наводят в роторе ЭДС и токи разной частоты

→ сопротивления обмотки ротора токам прямой и обратной последовательности разные

→ сопротивления ротора, приведенные к обмотке статора, также разные

→ различаются полные сопротивления любой фазы токам прямой и обратной последовательности

$$Z_{A1} \neq Z_{A2} \quad Z_{B1} \neq Z_{B2}$$



# Схемы замещения асинхронных машин

Найдем скольжение ротора относительно прямого и обратного поля

- » скорость поля прямой последовательности  $+n_c$
- » скорость поля обратной последовательности  $-n_c$
- » скорость вращения ротора  $+n$
- » скорость скольжения ротора относительно прямого поля

$$n_{s1} = n_c - n$$

- » скольжение ротора относительно прямого поля

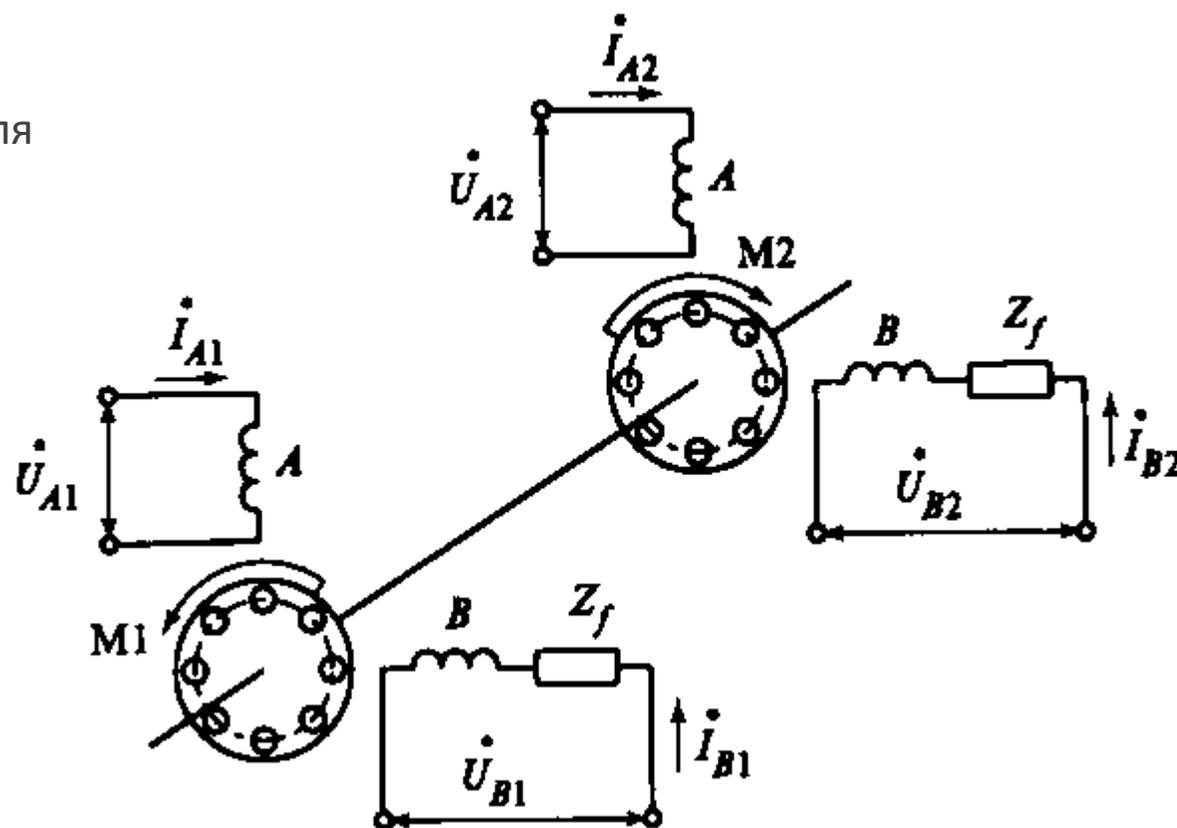
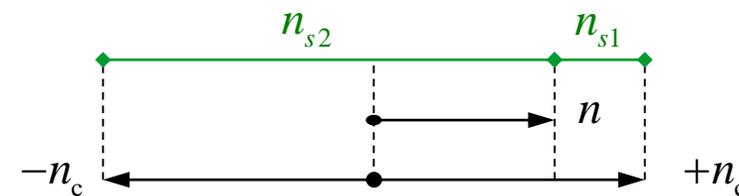
$$s_1 = \frac{n_{s1}}{n_c} = \frac{n_c - n}{n_c} = s$$

- » скорость скольжения ротора относительно обратного поля

$$n_{s2} = 2n_c - n_{s1}$$

- » скольжение ротора относительно обратного поля

$$s_2 = \frac{n_{s2}}{n_c} = \frac{2n_c - n_{s1}}{n_c} = 2 - s$$

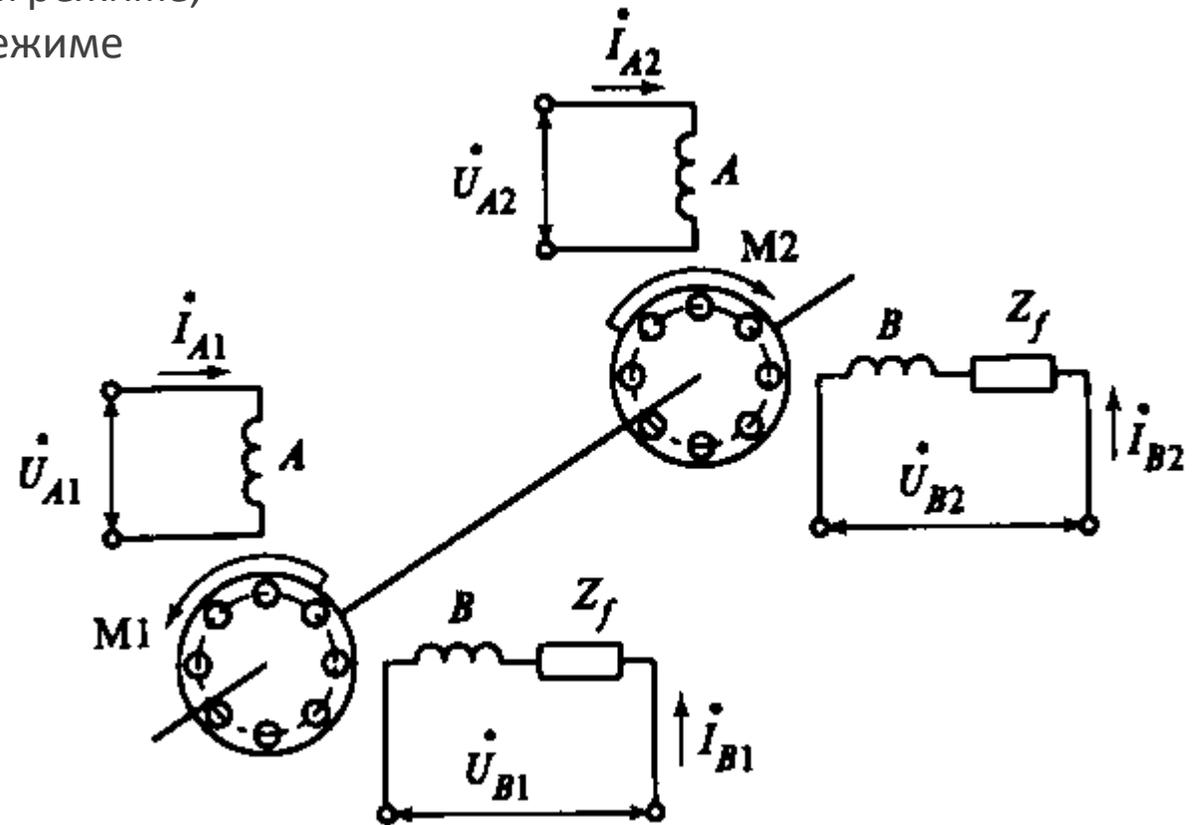


# Схемы замещения асинхронных машин

Для исследования двухфазной несимметричной машины необходимо использовать четыре схемы замещения

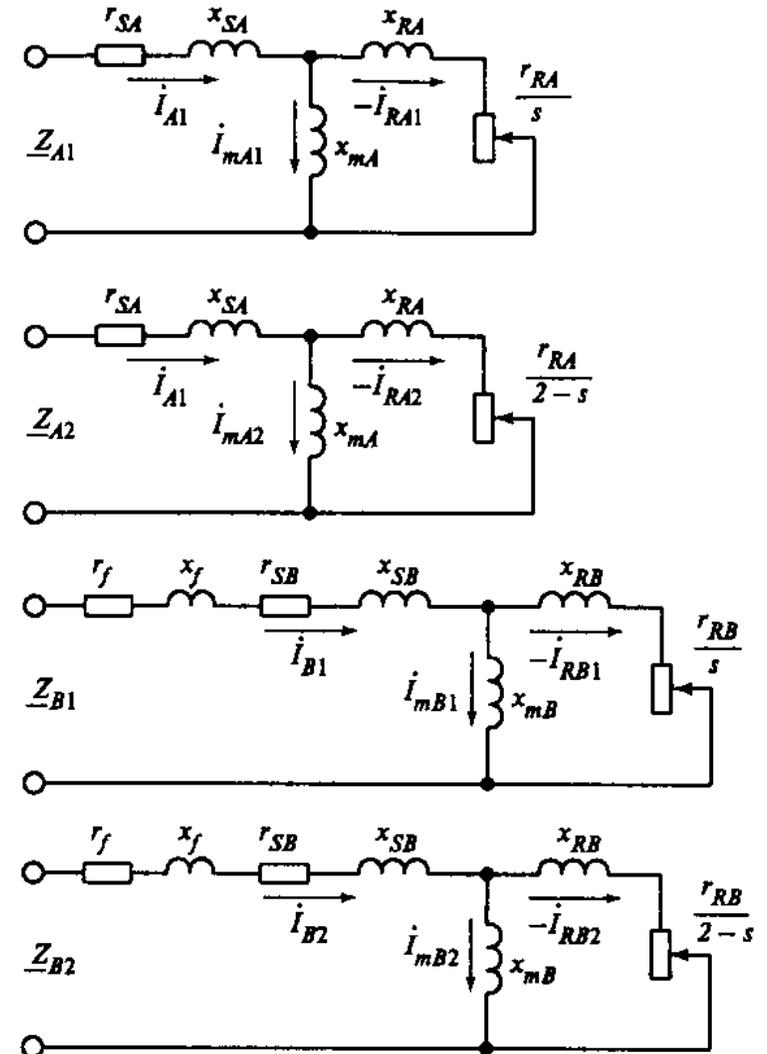
Если машина 1 со скольжением  $s$  работает в двигательном режиме, то машина 2 со скольжением  $2-s$  работает в тормозном режиме

- » Для машины 1 схемы замещения фаз  $A$  и  $B$  токам прямой последовательности  $I_{A1}, I_{B1}$  будут аналогичны схеме замещения обычного (симметричного) АД при скольжении  $s$
- » Для машины 2 схемы замещения фаз  $A$  и  $B$  токам обратной последовательности  $I_{A2}, I_{B2}$  будут отличаться только скольжением ротора ( $2-s$  вместо  $s$ )



# Схемы замещения асинхронных машин

- » Схема замещения сопротивления фазы  $A$  токам прямой последовательности  $Z_{A1}$
- » Схема замещения сопротивления фазы  $A$  токам обратной последовательности  $Z_{A2}$
- » Схема замещения сопротивления фазы  $B$  токам прямой последовательности  $Z_{B1}$
- » Схема замещения сопротивления фазы  $B$  токам обратной последовательности  $Z_{B2}$

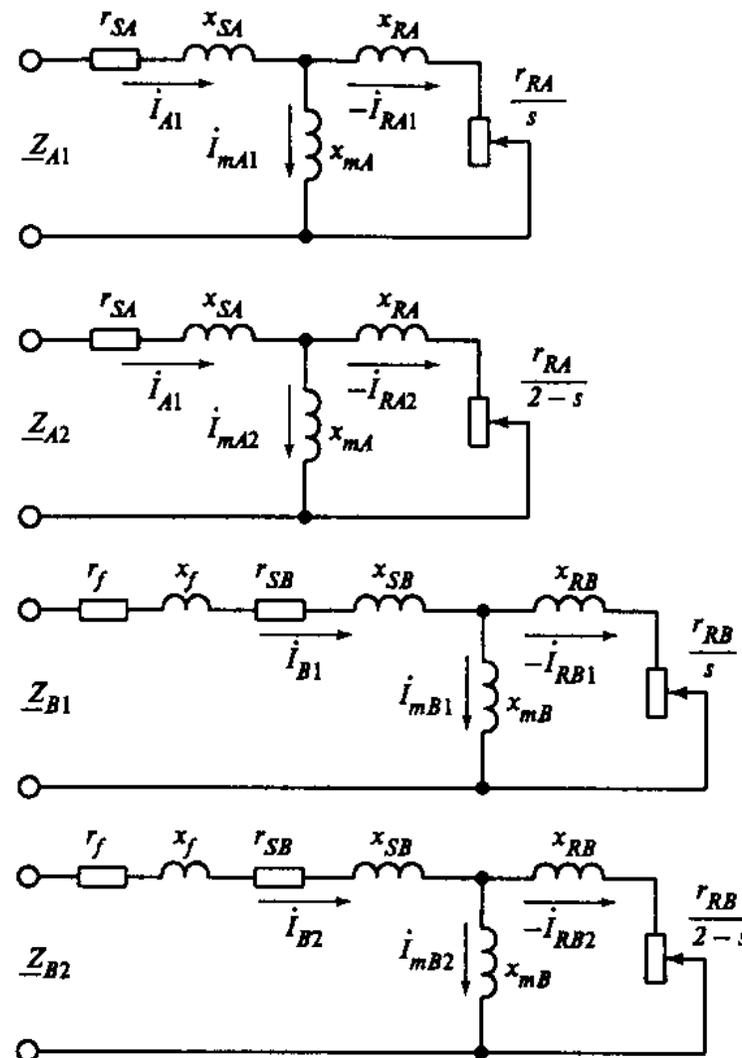


# Схемы замещения асинхронных машин

Упрощение:

Ветви намагничивания содержат только индуктивные сопротивления – отсутствуют активные сопротивления, моделирующие потери в стали

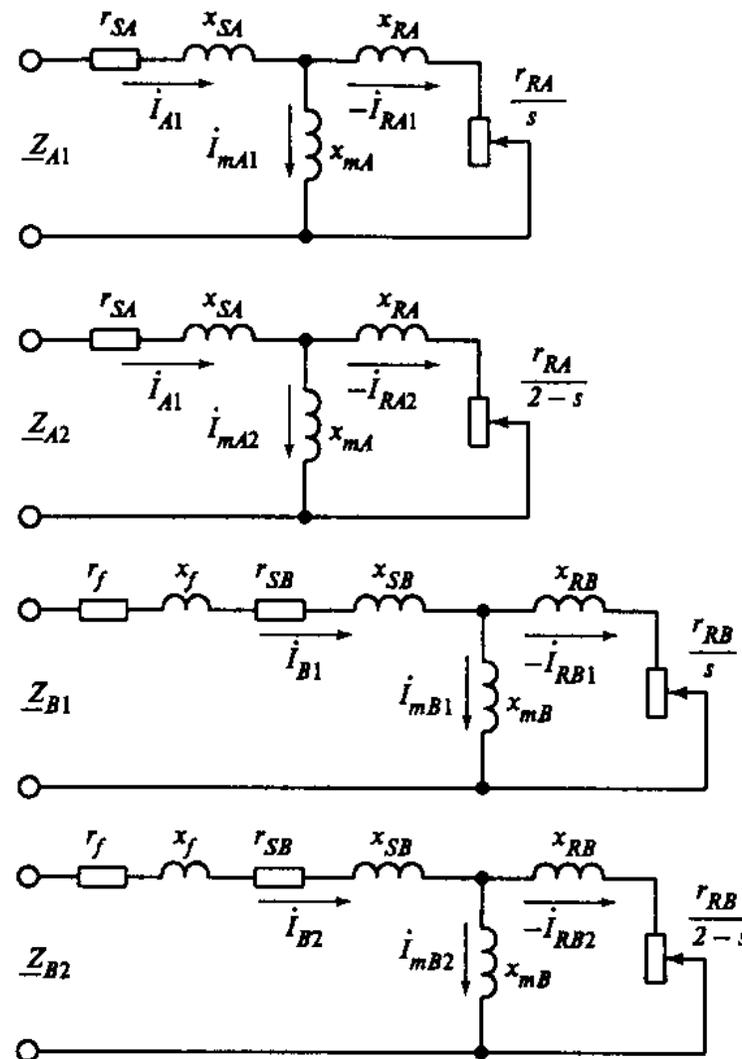
- » Потери в стали в микромашинах незначительны
- » Учет потерь в стали нужен при расчете КПД
- » Потери в стали в микромашинах учитывают другим способом



# Схемы замещения асинхронных машин

Здесь

- »  $r_{SA}, r_{SB}$  – активные сопротивления фаз  $A$  и  $B$  статора
- »  $x_{SA}, x_{SB}$  – индуктивные сопротивления рассеяния фаз  $A$  и  $B$  статора (определяются потоками рассеяния фаз статора)
- »  $r_f, x_f$  – активное и реактивное сопротивления фазосдвигающего элемента
- »  $x_{mA}$  – индуктивное сопротивление взаимной индукции фазы  $A$  (определяется основным потоком)
- »  $x_{mB}$  – индуктивное сопротивление взаимной индукции фазы  $B$  (определяется основным потоком)
- »  $r_{RA}$  – активное сопротивление обмотки ротора, приведенное к числу фаз статора и числу витков фазы  $A$
- »  $r_{RB}$  – активное сопротивление обмотки ротора, приведенное к числу фаз статора и числу витков фазы  $B$
- »  $x_{RA}$  – индуктивное сопротивление рассеяния обмотки ротора, приведенное к числу фаз статора и числу витков фазы  $A$
- »  $x_{RB}$  – индуктивное сопротивление рассеяния обмотки ротора, приведенное к числу фаз статора и числу витков фазы  $B$



# Преобразование схем замещения

асинхронных  
микродвигателей

# Преобразование схем замещения

Выражение параметров фазы  $B$  через параметры фазы  $A$  позволяет уменьшить число схем замещения  
→ уменьшить число уравнений → упростить расчеты

## Первый случай

Фазы  $A$  и  $B$  занимают одинаковое число пазов ( $N_{ZA} = N_{ZB}$ ), имеют одинаковые коэффициенты заполнения ( $k_{3A} = k_{3B}$ ), обмоточные коэффициенты ( $k_{oA} = k_{oB}$ ) и равные средние длины витков ( $l_{wA} = l_{wB}$ ), но разное число витков ( $w_{\phi A} \neq w_{\phi B}$ )

Воспользуемся отношением чисел витков  $k = \frac{w_B}{w_A} = \frac{w_{\phi B} k_{oB}}{w_{\phi A} k_{oA}} = \frac{w_{\phi B}}{w_{\phi A}}$  Внимание! В разных учебниках разное определение  $k$  → разные формулы!

Индуктивное сопротивление обмотки  $x = \omega L \sim 2\pi f w^2 \Lambda_m$

При одинаковых магнитных проводимостях по осям обмоток  $\frac{x_{SB}}{x_{SA}} = \frac{w_B^2}{w_A^2} = k^2$  т.е.  $x_{SB} = k^2 x_{SA}$  аналогично  $x_{mB} = k^2 x_{mA}$

Сопротивления обмотки ротора приведены к числу витков обмотки статора, т.е. пропорциональны  $w^2$

Тогда  $\frac{r_{RB}}{r_{RA}} = \frac{w_B^2}{w_A^2} = k^2$  т.е.  $r_{RB} = k^2 r_{RA}$  аналогично  $x_{RB} = k^2 x_{RA}$

# Преобразование схем замещения

Выражение параметров фазы  $B$  через параметры фазы  $A$  позволяет уменьшить число схем замещения  
→ уменьшить число уравнений → упростить расчеты

## Первый случай

Фазы  $A$  и  $B$  занимают одинаковое число пазов ( $N_{ZA} = N_{ZB}$ ), имеют одинаковые коэффициенты заполнения ( $k_{3A} = k_{3B}$ ), обмоточные коэффициенты ( $k_{oA} = k_{oB}$ ) и равные средние длины витков ( $l_{wA} = l_{wB}$ ), но разное число витков ( $w_{\phi A} \neq w_{\phi B}$ )

Активные сопротивления обмоток статора:

Одинаковые пазы и  $k_3$  → одинаковые площади поперечного сечения меди обмоток

Тогда при разном  $w_{\phi}$  сечения проводников фаз  
обратно пропорциональны числу витков в фазе

$$\frac{q_A}{q_B} = \frac{w_{\phi B}}{w_{\phi A}} = k \quad \text{т.е.} \quad q_B = \frac{q_A}{k}$$

При равенстве длин витков  $r_{SB} = \frac{\rho l_{wB} w_{\phi B}}{q_B} = \frac{\rho l_{wA} w_{\phi A} k}{q_A/k}$  т.е.  $r_{SB} = k^2 r_{SA}$

Однако, ряд диаметров обмоточных проводов дискретен  $\frac{q_A}{q_B} = t \neq k$

Тогда  $r_{SB} = k t r_{SA}$

# Преобразование схем замещения

Выражение параметров фазы  $B$  через параметры фазы  $A$  позволяет уменьшить число схем замещения  
→ уменьшить число уравнений → упростить расчеты

## Второй случай

Фазы  $A$  и  $B$  занимают разное число пазов ( $N_{ZA} = a \cdot N_{ZB}$ ), но имеют одинаковые коэффициенты заполнения ( $k_{3A} = k_{3B}$ ), т.е. одинаковое сечение меди в пазах ( $Q_{пА} = Q_{пВ}$ )

При разном числе витков общая площадь поперечного сечения проводников каждой фазы

$$Q_A = q_A w_{\phi A} = q_A \frac{w_A}{k_{oA}} = Q_{пА} N_{ZA} \quad Q_B = q_B w_{\phi B} = q_B \frac{w_B}{k_{oB}} = Q_{пВ} N_{ZB}$$

Площади поперечного сечения проводников фаз

$$q_A = \frac{Q_{пА} N_{ZA}}{w_A / k_{oA}} \quad q_B = \frac{Q_{пВ} N_{ZB}}{w_B / k_{oB}}$$

С учетом  $N_{ZA} = a \cdot N_{ZB}$  запишем  $q_B = \frac{q_A k_{oB}}{k_{oA} a k}$

Число реальных витков в фазе выразим как  $w_{\phi B} = \frac{k w_{\phi A} k_{oA}}{k_{oB}}$

Тогда активное сопротивление фазы статора  $r_{SB} = \frac{\rho l_{wB} w_{\phi B}}{q_B} = \frac{\rho l_{wA} w_{\phi A}}{q_A} a k^2 \left( \frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2$  т.е.  $r_{SB} = a k^2 \left( \frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 r_{SA}$

С учетом дискретности ряда диаметров обмоточных проводов  $\frac{q_A}{q_B} = t \neq k$  запишем  $r_{SB} = a k t \left( \frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 r_{SA}$

# Преобразование схем замещения

Выражение параметров фазы  $B$  через параметры фазы  $A$  позволяет уменьшить число схем замещения  
→ уменьшить число уравнений → упростить расчеты

## Второй случай

Фазы  $A$  и  $B$  занимают разное число пазов ( $N_{ZA} = a \cdot N_{ZB}$ ), но имеют одинаковые коэффициенты заполнения ( $k_{3A} = k_{3B}$ ), т.е. одинаковое сечение меди в пазах ( $Q_{пA} = Q_{пB}$ )

Индуктивное сопротивление рассеяния статора:

пропорционально  $w^2$  и обратно пропорционально числу пазов на полюс и фазу  $q$  (т.е.  $N_Z$ )

$$\frac{x_{SB}}{x_{SA}} = \left( \frac{w_{\phi B}}{w_{\phi A}} \right)^2 \frac{N_{ZA}}{N_{ZB}} = a \left( \frac{w_B k_{oA}}{w_A k_{oB}} \right)^2 = a k^2 \left( \frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 \quad \text{т.е.} \quad \underline{x_{SB} = a k^2 \left( \frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 x_{SA}}$$

Сопротивления фаз ротора  
(приведенные к числам витков фаз статора)  
не меняются

$$\underline{r_{RB} = k^2 r_{RA}}$$

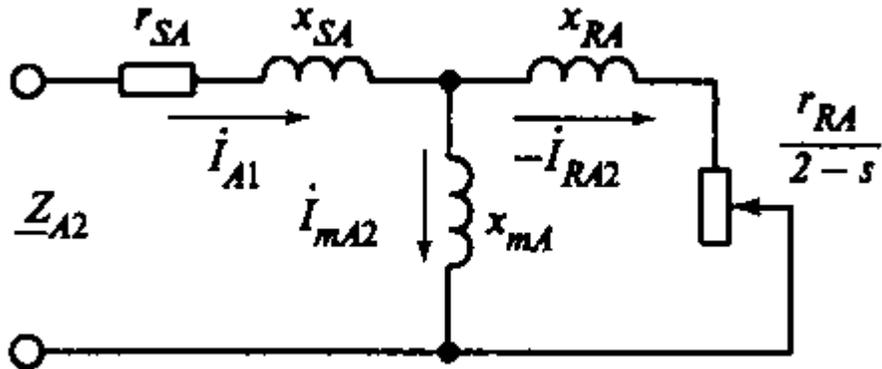
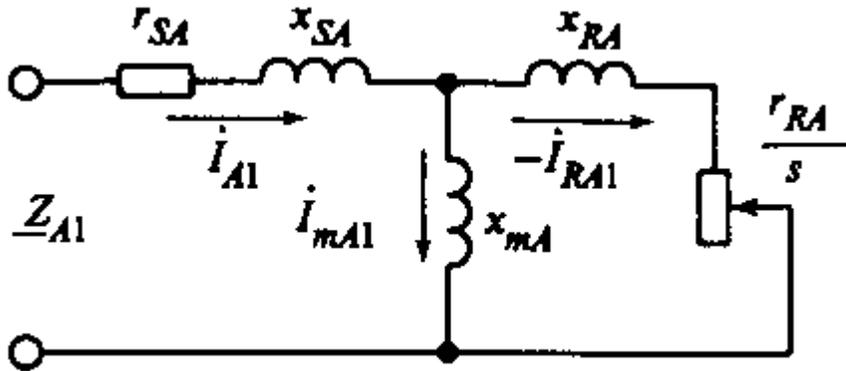
$$\underline{x_{RB} = k^2 x_{RA}}$$

$$\underline{x_{mB} = k^2 x_{mA}}$$

Если фазы расположены в разных пазах (по форме / по размерам), то приведение невозможно, надо учитывать сопротивления всех фаз в явном виде

# Преобразование схем замещения

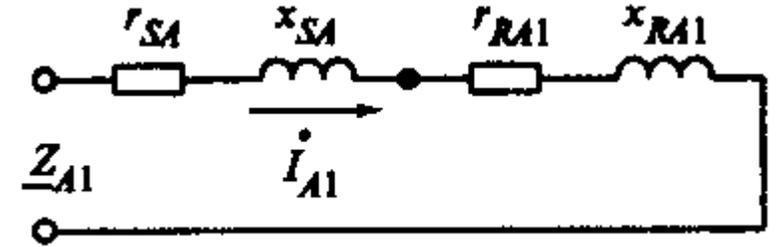
Для упрощения расчетов два параллельных сопротивления ветви намагничивания и обмотки ротора заменяют одним *сопротивлением разветвления*



Для обратной последовательности выражения аналогичны, но вместо  $s$  надо использовать  $(2-s)$

Полное сопротивление разветвления фазы А для токов прямой последовательности

$$Z_{RA1} = \frac{jx_{mA} \left( \frac{r_{RA}}{s} + jx_{RA} \right)}{jx_{mA} + \left( \frac{r_{RA}}{s} + jx_{RA} \right)}$$



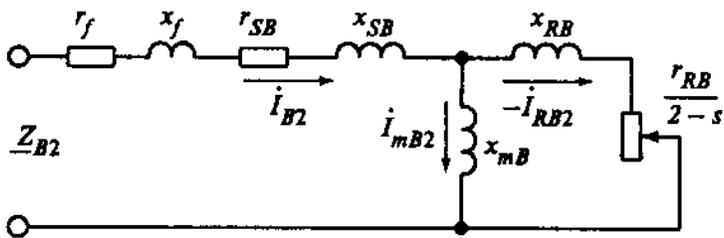
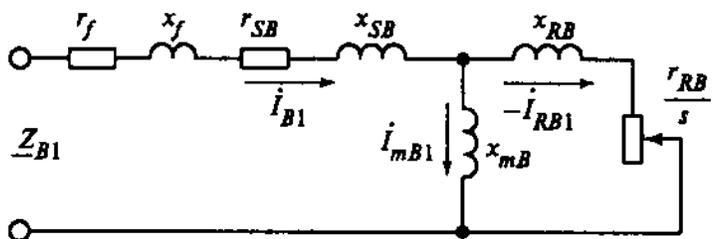
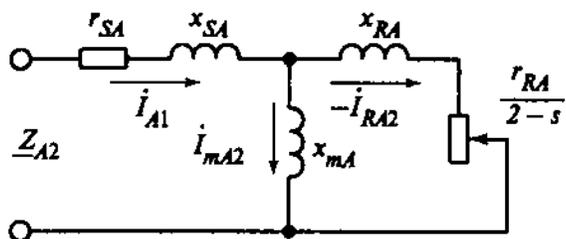
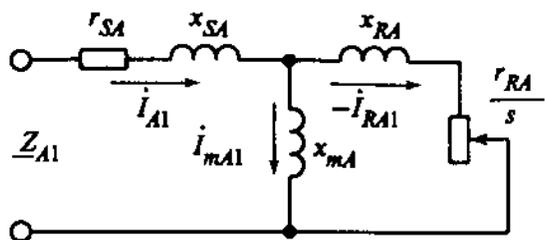
Его активная и реактивная составляющие

$$r_{RA1} = \frac{s x_{mA}^2 r_{RA}}{r_{RA}^2 + s^2 (x_{mA} + x_{RA})^2}$$

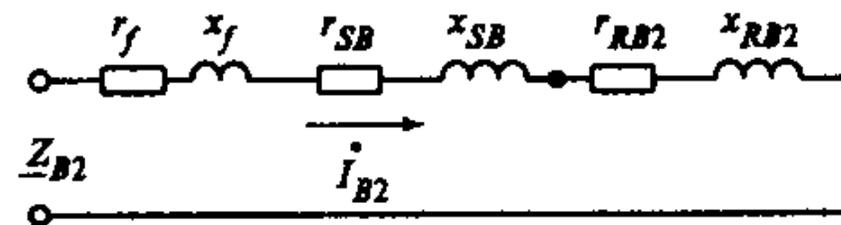
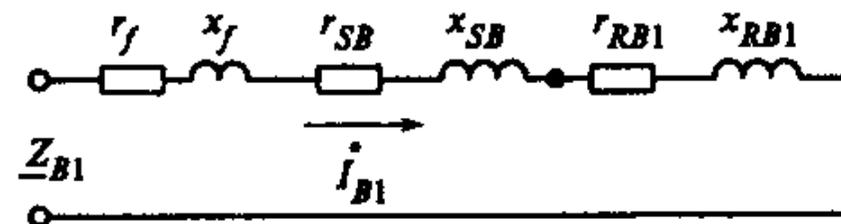
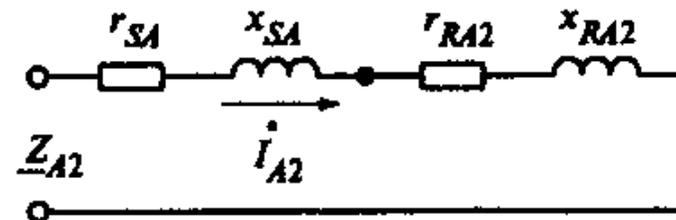
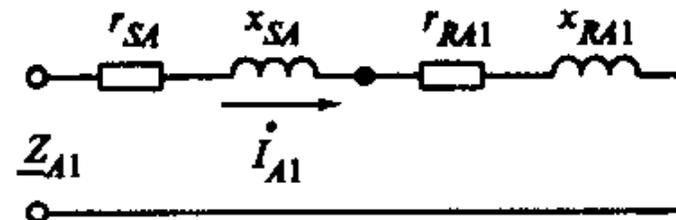
$$x_{RA1} = \frac{x_{mA} r_{RA}^2 + s^2 x_{mA} x_{RA} (x_{mA} + x_{RA})}{r_{RA}^2 + s^2 (x_{mA} + x_{RA})^2}$$

Сопротивления разветвления непостоянны, т.к. зависят от  $s$ ! (т.е. от режима работы / нагрузки)

# Преобразование схем замещения



Использование  
сопротивления  
разветвления



# Преобразование схем замещения

Использование  
сопротивления  
разветвления

$$Z_{A1} = (r_{SA} + r_{RA1}) + j(x_{SA} + x_{RA1})$$

$$Z_{A2} = (r_{SA} + r_{RA2}) + j(x_{SA} + x_{RA2})$$

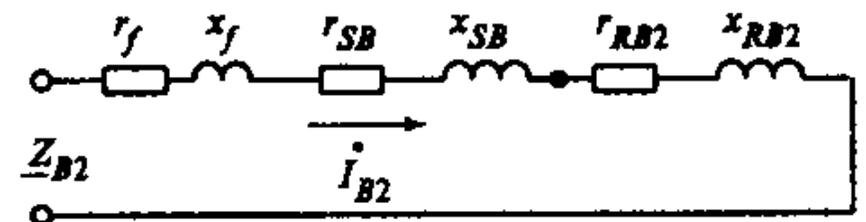
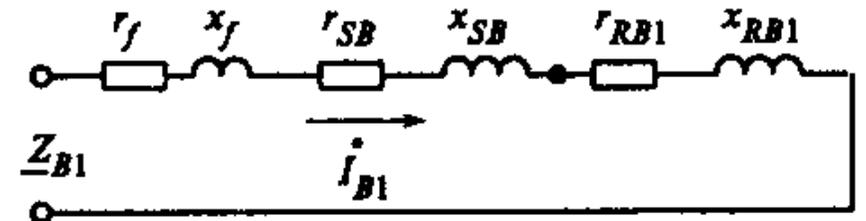
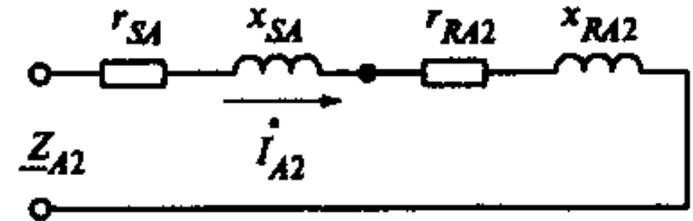
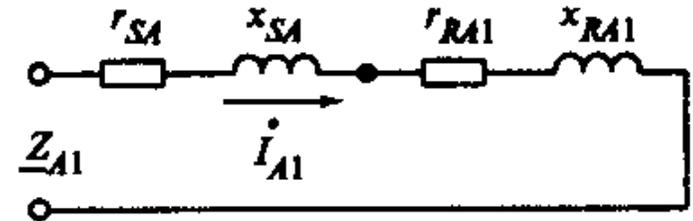
$$Z_{B1} = (r_f + r_{SB} + r_{RB1}) + j(\pm x_f + x_{SB} + x_{RB1})$$

$$Z_{B2} = (r_f + r_{SB} + r_{RB2}) + j(\pm x_f + x_{SB} + x_{RB2})$$

Знак  $x_f$  определяется характером  
фазосдвигающего элемента:

« $+x_f$ » для индуктивного

« $-x_f$ » для ёмкостного



# Преобразование схем замещения

Обычно удается выразить параметры фазы  $B$  через параметры фазы  $A$

Например, для первого случая, когда  $N_{ZA} = N_{ZB}$ ,  $k_{oA} = k_{oB}$  и  $t = k$

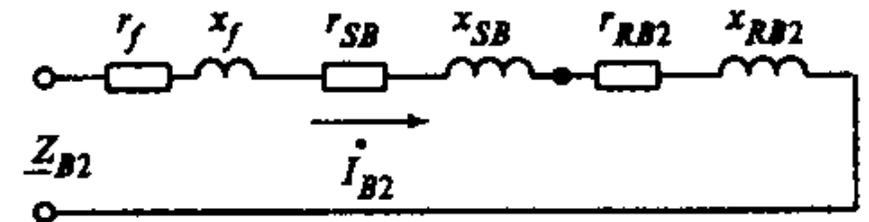
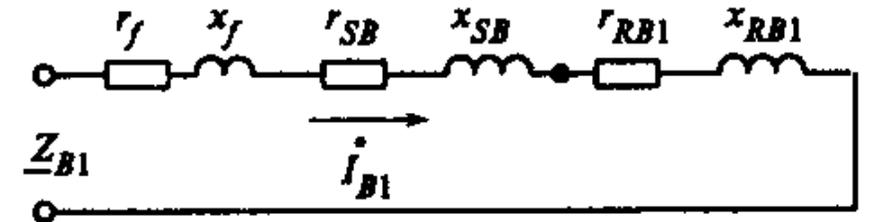
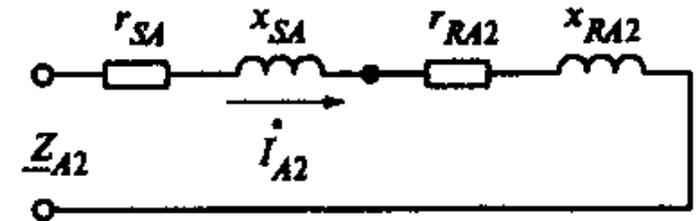
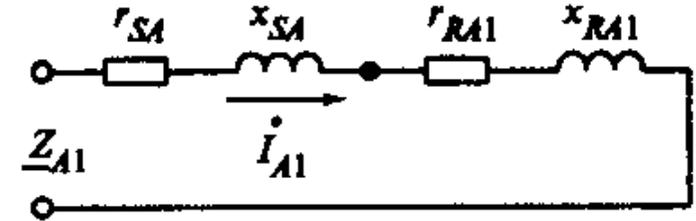
$$Z_{B1} = (r_f + k^2 r_{A1}) + j(\pm x_f + k^2 x_{A1}) = Z_f + k^2 Z_{A1}$$

$$Z_{B2} = (r_f + k^2 r_{A2}) + j(\pm x_f + k^2 x_{A2}) = Z_f + k^2 Z_{A2}$$

Если же  $N_{ZA} \neq N_{ZB}$  и  $t \neq k$

$$Z_{B1} = \left[ r_f + a k t \left( \frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 r_{SA} + k^2 r_{RA1} \right] + j \left[ \pm x_f + a k^2 \left( \frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 x_{SA} + k^2 x_{RA1} \right]$$

$$Z_{B2} = \left[ r_f + a k t \left( \frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 r_{SA} + k^2 r_{RA2} \right] + j \left[ \pm x_f + a k^2 \left( \frac{k_{oA}}{k_{oB}} \right)^2 x_{SA} + k^2 x_{RA2} \right]$$



# Преобразование схем замещения

Возможно формирование *совмещенной схемы замещения*

Для этого параметры фазы  $B$  должны быть приведены к числу витков фазы  $A$

$$r'_{SB} = \frac{r_{SB}}{k^2} \quad x'_{SB} = \frac{x_{SB}}{k^2} \quad Z'_f = \frac{Z_f}{k^2}$$
$$x'_{mB} = \frac{x_{mB}}{k^2} \quad x'_{RB} = \frac{x_{RB}}{k^2} \quad r'_{RB} = \frac{r_{RB}}{k^2}$$

Здесь сопротивления ветвей разветвления фазы  $B$  равны соответствующим параметрам фазы  $A$

$$Z'_{RB} = Z_{RA} : \quad r'_{RB} = r_{RA} \quad x'_{RB} = x_{RA} \quad x'_{mB} = x_{mA}$$

различаются только сопротивления обмотки статора

$$Z'_{SB} \neq Z_{SA}$$

В приведенной машине не только токи, но и напряжения образуют симметричные системы векторов

$$\dot{I}'_{B1} = k\dot{I}_{B1} = j\dot{I}_{A1} \quad \dot{I}'_{B2} = k\dot{I}_{B2} = -j\dot{I}_{A2}$$
$$\dot{U}'_{B1} = \frac{\dot{U}_{B1}}{k} = j\dot{U}_{A1} \quad \dot{U}'_{B2} = \frac{\dot{U}_{B2}}{k} = -j\dot{U}_{A2}$$

# Преобразование схем замещения

Возможно формирование *совмещенной схемы замещения*

Полные сопротивления фаз для токов прямой и обратной последовательности

$$\begin{aligned} Z_{A1} &= Z_{SA} + Z_{RA1} & Z_{A2} &= Z_{SA} + Z_{RA2} \\ Z_{B1} &= Z'_f + Z'_{SB} + Z_{RA1} & Z_{B2} &= Z'_f + Z'_{SB} + Z_{RA2} \end{aligned}$$

Уравнения равновесия напряжений фаз

$$\begin{cases} \dot{U}_A = \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} \\ \dot{U}'_B = \dot{U}'_{B1} + \dot{U}'_{B2} \end{cases}$$

произведем замену

$$\begin{aligned} \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} &= \dot{I}_{A1} Z_{A1} + \dot{I}_{A2} Z_{A2} \\ \dot{U}'_{B1} + \dot{U}'_{B2} &= \dot{I}'_{B1} Z'_{B1} + \dot{I}'_{B2} Z'_{B2} = j\dot{I}_{A1} Z'_{B1} - j\dot{I}_{A2} Z'_{B2} \\ \dot{U}'_{B1} + \dot{U}'_{B2} &= j\dot{U}_{A1} - j\dot{U}_{A2} \end{aligned}$$

Перепишем уравнения

$$\begin{cases} \dot{U}_{A1} + \dot{U}_{A2} = \dot{I}_{A1} Z_{A1} + \dot{I}_{A2} Z_{A2} \\ \dot{U}_{A1} - \dot{U}_{A2} = \dot{I}_{A1} Z'_{B1} - \dot{I}_{A2} Z'_{B2} \end{cases}$$

Выразим составляющие напряжения

$$\begin{cases} \dot{U}_{A1} = 0,5\dot{I}_{A1}(Z_{A1} + Z'_{B1}) + 0,5\dot{I}_{A2}(Z_{A2} - Z'_{B2}) \\ \dot{U}_{A2} = 0,5\dot{I}_{A1}(Z_{A1} - Z'_{B1}) + 0,5\dot{I}_{A2}(Z_{A2} + Z'_{B2}) \end{cases}$$

Подставим сопротивления фазы  $B$

$$\begin{cases} \dot{U}_{A1} = \dot{I}_{A1} Z_{SA} + \dot{I}_{A1} Z_{RA1} + 0,5(\dot{I}_{A1} - \dot{I}_{A2})(Z'_f + Z'_{SB} - Z_{SA}) \\ \dot{U}_{A2} = \dot{I}_{A2} Z_{SA} + \dot{I}_{A2} Z_{RA2} - 0,5(\dot{I}_{A1} - \dot{I}_{A2})(Z'_f + Z'_{SB} - Z_{SA}) \end{cases}$$

Выделим общее сопротивление

$$0,5(Z'_f + Z'_{SB} - Z_{SA}) = 0,5 \left( \frac{Z'_f + Z'_{SB}}{k^2} - Z_{SA} \right)$$

Обозначим его  $Z_U$

# Преобразование схем замещения

Возможно формирование *совмещенной схемы замещения*

С учетом общего  $Z_U$  можно уравнения записать в виде

$$\begin{cases} \dot{U}_{A1} = \dot{I}_{A1}(Z_{SA} + Z_{RA1} + Z_U) - \dot{I}_{A2}Z_U \\ \dot{U}_{A2} = \dot{I}_{A2}(Z_{SA} + Z_{RA2} + Z_U) - \dot{I}_{A1}Z_U \end{cases}$$

Такой системе уравнений соответствует схема замещения

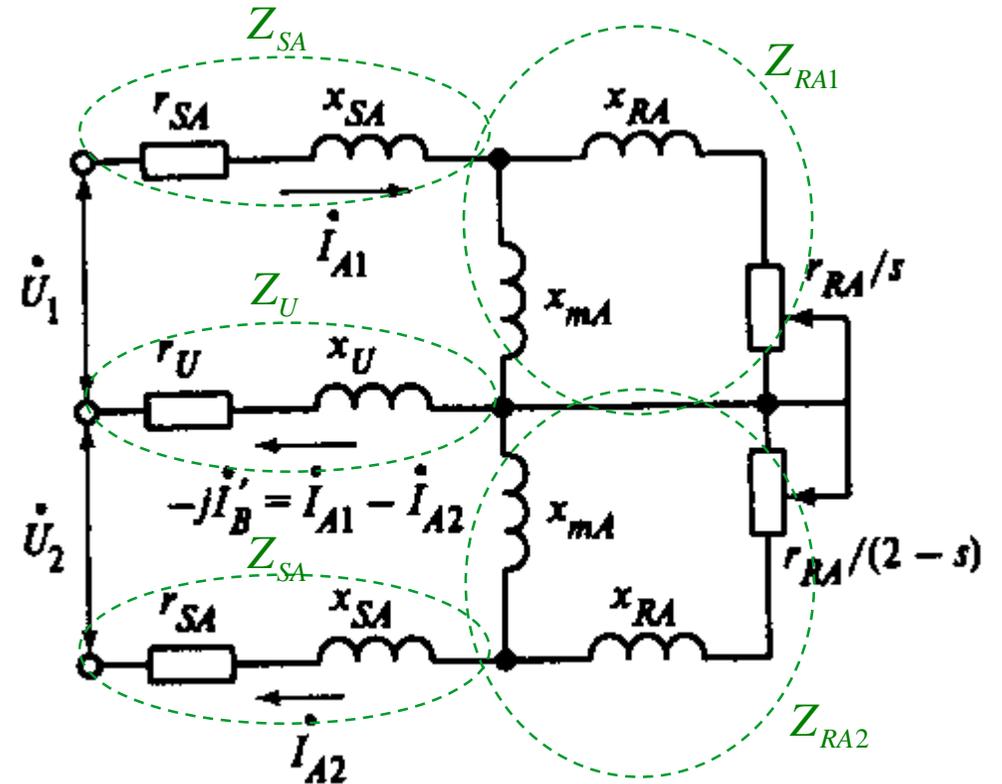
В ней 
$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_A - j\dot{U}'_B}{2} \quad \dot{U}_2 = \frac{\dot{U}_A + j\dot{U}'_B}{2}$$

Из совмещенной схемы замещения легко найти токи

$$\dot{I}_{A1} = \frac{\dot{U}_1(Z_{A2} + Z_U) + \dot{U}_2Z_U}{(Z_{A1} + Z_U)(Z_{A2} + Z_U) - Z_U^2}$$

$$\dot{I}_{A2} = \frac{\dot{U}_2(Z_{A1} + Z_U) + \dot{U}_1Z_U}{(Z_{A1} + Z_U)(Z_{A2} + Z_U) - Z_U^2}$$

Совмещенная схема используется при математическом моделировании установившихся режимов работы несимметричных асинхронных машин

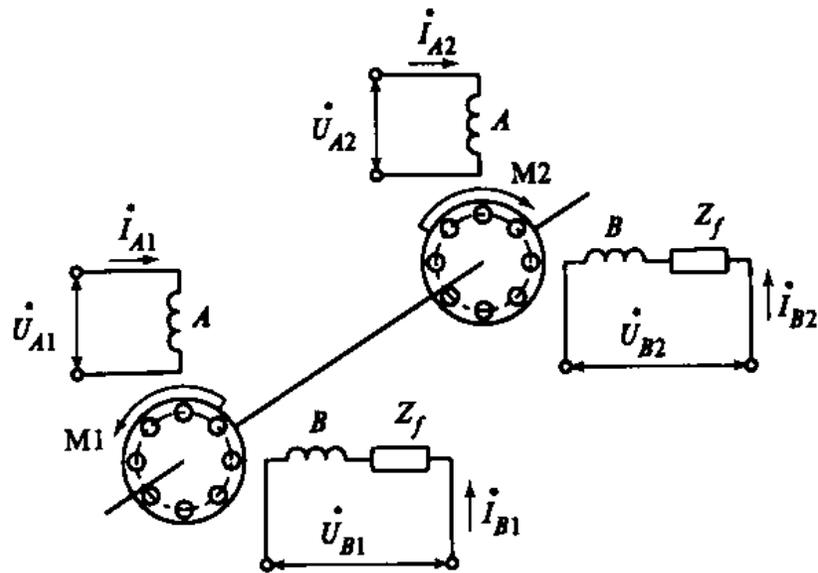


# Электромагнитная МОЩНОСТЬ И МОМЕНТ

несимметричного АД

# Электромагнитная мощность и момент несимметричного АД

Двухфазная несимметричная асинхронная машина при  $n$  от 0 до  $n_c$  находится в режиме двигателя относительно прямовращающегося поля ( $s$  от 0 до 1) и в режиме тормоза относительно обратновращающегося поля ( $s_2$  от 1 до 2)



Как прямая, так и обратная последовательности по-отдельности образуют круговые вращающиеся поля, при которых процессы описываются традиционными уравнениями АД

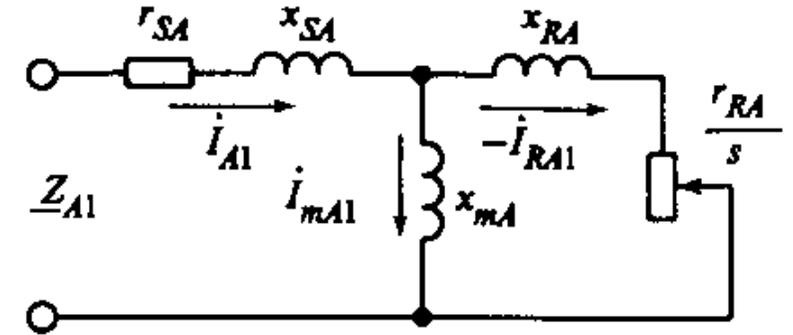
В АД электромагнитные мощности прямой последовательности  $P_{ЭМ1}$  и обратной последовательности  $P_{ЭМ2}$  поступают от статора к ротору

Полная электромагнитная мощность  $P_{ЭМ} = P_{ЭМ1} + P_{ЭМ2}$

# Электромагнитная мощность и момент несимметричного АД

Согласно схеме замещения электромагнитная мощность может быть выражена через электрические потери в эквивалентном активном сопротивлении ротора

При круговом поле обе фазы статора одинаково участвуют в передаче электромагнитной мощности к ротору



$$P_{\text{ЭМ1}} = P_{\text{ЭМА1}} + P_{\text{ЭМВ1}} = I_{RA1}^2 \frac{r_{RA}}{s} + I_{RB1}^2 \frac{r_{RB}}{s}$$

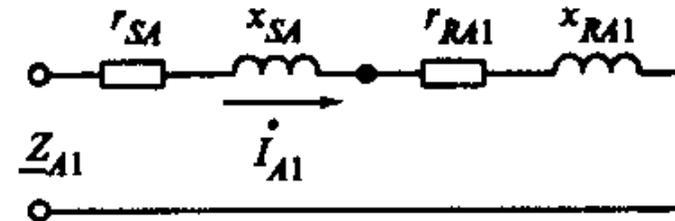
$$P_{\text{ЭМ2}} = P_{\text{ЭМА2}} + P_{\text{ЭМВ2}} = I_{RA2}^2 \frac{r_{RA}}{2-s} + I_{RB2}^2 \frac{r_{RB}}{2-s}$$

Если выразить параметры фазы В  $r_{RB} = k^2 r_{RA}$  и учесть  $I_{RB1} = \frac{I_{RA1}}{k}$   $I_{RB2} = \frac{I_{RA2}}{k}$

можно записать электромагнитные мощности как  $P_{\text{ЭМ1}} = 2I_{RA1}^2 \frac{r_{RA}}{s}$   $P_{\text{ЭМ2}} = 2I_{RA2}^2 \frac{r_{RA}}{2-s}$  (через токи роторной ветви)

В преобразованных схемах замещения можно выразить  $P_{\text{ЭМ}}$  через статорные токи и сопротивления разветвления

$$P_{\text{ЭМ1}} = 2I_{A1}^2 r_{RA1} \quad P_{\text{ЭМ2}} = 2I_{A2}^2 r_{RA2}$$



# Электромагнитная мощность и момент несимметричного АД

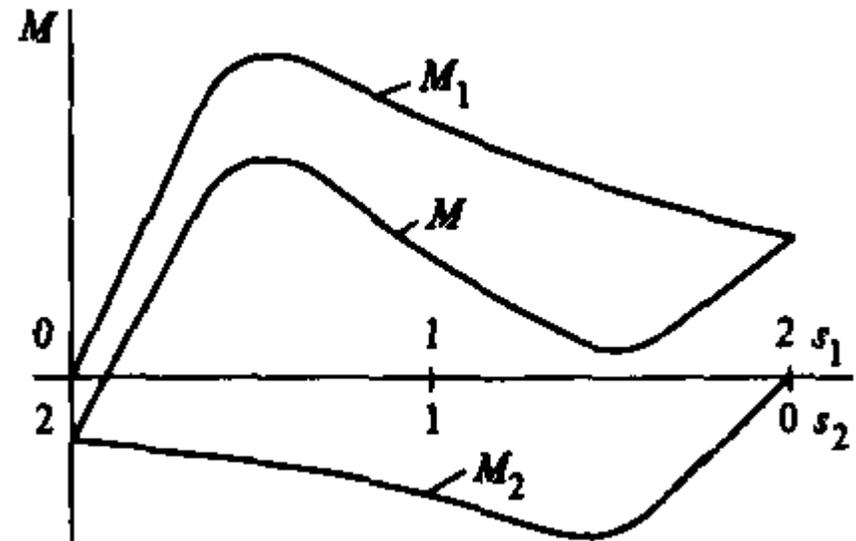
Электромагнитный вращающий момент  $M = \frac{P_{\text{ЭМ}}}{\Omega_c}$

При эллиптическом поле электромагнитный момент  $M = \frac{P_{\text{ЭМ1}}}{\Omega_c} + \frac{P_{\text{ЭМ2}}}{-\Omega_c} = M_1 + M_2$

или  $M = \frac{2I_{A1}^2 r_{RA1}}{\Omega_c} - \frac{2I_{A2}^2 r_{RA2}}{\Omega_c}$

Механическая характеристика несимметричного АД при эллиптическом поле также может быть представлена в виде суммы двух характеристик  $M_1(s)$  и  $M_2(s)$

Такой «механистический» подход не учитывает взаимного влияния полей (ослабления токов обратной последовательности при малых  $s$ )  
Но это лишь слегка занижает результирующий момент



Особенности механической характеристики несимметричного АД –  $M(s)$  по сравнению с симметричным АД –  $M_1(s)$

# Потери мощности и энергетическая диаграмма

несимметричного АД

# Потери мощности и энергетическая диаграмма

## Потери в стали

зависят от свойств материала (удельные потери), индукции и частоты перемагничивания

$$P_c \sim B^2 f^{1,3}$$

ЭДС, наводимые прямо- и обратновращающимися полями, пропорциональны соответствующим индукциям

Поэтому соотношение потерь в стали определяется соотношением

$$\frac{P_{cS1}}{P_{cS2}} = \frac{P_{cR1}}{P_{cR2}} = \frac{E_{A1}^2}{E_{A2}^2}$$

При неподвижном роторе ( $K3, s = 1$ ) оба поля вращаются с одинаковыми скоростями относительно статора и ротора

Найденные экспериментально потери в стали при КЗ

можно разделить между составляющими

$$P_{cSк} = P_{cS1к} + P_{cS2к}$$

$$P_{cRк} = P_{cR1к} + P_{cR2к}$$

$$\frac{P_{cS1к}}{P_{cS2к}} = \frac{P_{cR1к}}{P_{cR2к}} = \frac{E_{A1к}^2}{E_{A2к}^2} = \frac{I_{A1к}^2}{I_{A2к}^2} = k_{iк}$$

$$P_{cS1к} = \frac{P_{cSк} k_{iк}}{1 + k_{iк}} \quad P_{cS2к} = \frac{P_{cSк}}{1 + k_{iк}}$$

$$P_{cR1к} = \frac{P_{cRк} k_{iк}}{1 + k_{iк}} \quad P_{cR2к} = \frac{P_{cRк}}{1 + k_{iк}}$$

# Потери мощности и энергетическая диаграмма

## Потери в стали

При вращении ротора частота перемагничивания стали статора полями прямой и обратной последовательности одинакова, а частоты перемагничивания стали ротора пропорциональны  $s$  и  $(2-s)$  соответственно

Потери в стали статора при любой скорости ротора

$$P_{cS1} = P_{cS1к} \frac{E_{A1}^2}{E_{A1к}^2} = P_{cSк} \frac{k_{e1}^2 k_{iк}^2}{1 + k_{iк}^2}$$

$$P_{cS2} = P_{cS2к} \frac{E_{A2}^2}{E_{A2к}^2} = P_{cSк} \frac{k_{e2}^2}{1 + k_{iк}^2}$$

Потери в стали ротора зависят от  $s$

$$P_{cR1} = P_{cRк} \frac{k_{e1}^2 k_{iк}^2 s^{1,3}}{1 + k_{iк}^2}$$

$$P_{cR2} = P_{cRк} \frac{k_{e2}^2 (2-s)^{1,3}}{1 + k_{iк}^2}$$

При малых  $s$  можно пренебречь  $P_{cR1}$ , но не  $P_{cR2}$

Здесь ЭДС находят по схеме замещения

$$E_{A1} = I_{A1} Z_{RA1}$$
$$E_{A2} = I_{A2} Z_{RA2}$$

и используют их относительные значения (относительно ЭДС при КЗ)

$$k_{e1} = \frac{E_{A1}}{E_{A1к}}$$

$$k_{e2} = \frac{E_{A2}}{E_{A2к}}$$

# Потери мощности и энергетическая диаграмма

## Потери в стали

Для учета потерь в стали традиционно вводят активное сопротивление  $r_m$  в ветвь намагничивания схемы замещения (это усложняет расчеты)

В микромашинах потери в стали малы

Их учитывают только при оценке энергетических показателей  $\eta$  и  $\cos\varphi$

Для этого рассчитывают дополнительный активный ток, потребляемый двигателем для покрытия потерь в стали (предположим, что потери покрываются поровну двумя фазами)

Дополнительные токи добавляют к токам, найденным по схеме замещения

$$I_{SA1} = I_{A1} + I_{A1c}$$

$$I_{SA2} = I_{A2} + I_{A2c}$$

$$I_{SB1} = I_{B1} + I_{B1c}$$

$$I_{SB2} = I_{B2} + I_{B2c}$$

Токи  $I_{SA1}$ ,  $I_{SA2}$ ,  $I_{SB1}$ ,  $I_{SB2}$  используют для расчета потерь в обмотках статора и в  $Z_f$  (при расчете  $\eta$ ) и для расчета  $\cos\varphi$

$$I_{A1c} = \frac{P_{cS1} + P_{cR1}}{2E_{A1}} \quad I_{B1c} = \frac{I_{A1c}}{k}$$
$$I_{A2c} = \frac{P_{cS2} + P_{cR2}}{2E_{A2}} \quad I_{B2c} = \frac{I_{A2c}}{k}$$

Погрешность такого подхода:

- »  $E_{A1}$  и  $E_{A2}$  определяются по схемам замещения, которые не учитывают потери в стали
- » добавочные токи оказываются заниженными
- » погрешность составляет 2-3%

# Потери мощности и энергетическая диаграмма

## Электрические потери

Потери в обмотках статора

$$P_{\text{э}S} = P_{\text{э}SA} + P_{\text{э}SB} = I_{SA}^2 r_{SA} + I_{SB}^2 r_{SB}$$

Потери в фазосдвигающем элементе

$$P_f = I_{SB}^2 r_f$$

Потери в обмотке ротора

» учтем все составляющие тока ротора

$$P_{\text{э}R} = P_{\text{э}R1} + P_{\text{э}R2} = I_{RA1}^2 r_{RA} + I_{RB1}^2 r_{RB} + I_{RA2}^2 r_{RA} + I_{RB2}^2 r_{RB}$$

» если удастся выразить параметры фазы  $B$ ,  
через параметры фазы  $A$

$$P_{\text{э}R} = P_{\text{э}R1} + P_{\text{э}R2} = 2I_{RA1}^2 r_{RA} + 2I_{RA2}^2 r_{RA}$$

» если выразить потери в роторе  
через электромагнитные мощности

$$P_{\text{э}R} = P_{\text{эм}1} s + P_{\text{эм}2} (2 - s)$$

» можно выразить потери в роторе  
через токи статора  
и сопротивления разветвления

$$P_{\text{э}R} = 2I_{A1}^2 r_{RA1} s + 2I_{A2}^2 r_{RA2} (2 - s)$$

# Потери мощности и энергетическая диаграмма

## Особенность несимметричной машины

Электрические потери в роторе:

- » от прямой последовательности  $P_{\text{эR1}}$  – малая доля  $P_{\text{эм1}}$  при малых  $s$   $P_{\text{эR1}} = P_{\text{эм1}} s$
- » от обратной последовательности  $P_{\text{эR2}}$  – превышает всю  $P_{\text{эм2}}$   $P_{\text{эR2}} = P_{\text{эм2}} (2 - s)$

Относительно обратной последовательности ротор находится в тормозном режиме

В режиме ЭМ тормоза АД превращает в тепло в роторе

электрическую энергию статора ( $P_{\text{эм2}}$ )

и механическую энергию ротора

(часть  $P_{\text{эм1}}$ , создающей вращающий момент)

Часть  $P_{\text{эм1}}$ , которая тратится на покрытие потерь  $P_{\text{эR2}}$  от обратной последовательности (недостающая часть  $P_{\text{эR2}}$ )

$$\Delta P_{\text{эR2}} = P_{\text{эR2}} - P_{\text{эм2}} = 2I_{A2}^2 r_{RA2} (2 - s) - 2I_{A2}^2 r_{RA2} = 2I_{A2}^2 r_{RA2} (1 - s)$$

# Потери мощности и энергетическая диаграмма

## Энергетическая диаграмма

Активная мощность, потребляемая из сети

$$P_{SA} = U_A I_{SA} \cos \varphi_A \quad P_{SB} = U_B I_{SB} \cos \varphi_B$$

где коэффициент мощности

$$\cos \varphi_A = I_{SAa} / I_{SA} \quad \cos \varphi_B = I_{SBa} / I_{BA}$$

Полная механическая мощность  
двухфазного несимметричного двигателя

$$\begin{aligned} P'_R &= P_{\text{ЭМ1}} - P_{\text{эR1}} - \Delta P_{\text{эR2}} \\ &= 2I_{A1}^2 r_{RA1} - 2I_{A1}^2 r_{RA1} s - 2I_{A2}^2 r_{RA2} (1-s) = (2I_{A1}^2 r_{RA1} - 2I_{A2}^2 r_{RA2}) \cdot (1-s) \end{aligned}$$

Полезная мощность на валу  
(с учетом механических потерь:  
трение в подшипниках,  
вентиляционные потери)

$$P_R = P'_R - P_{\text{мех}}$$

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{P_R}{P_S} = \frac{P_R}{P_{SA} + P_{SB}}$$

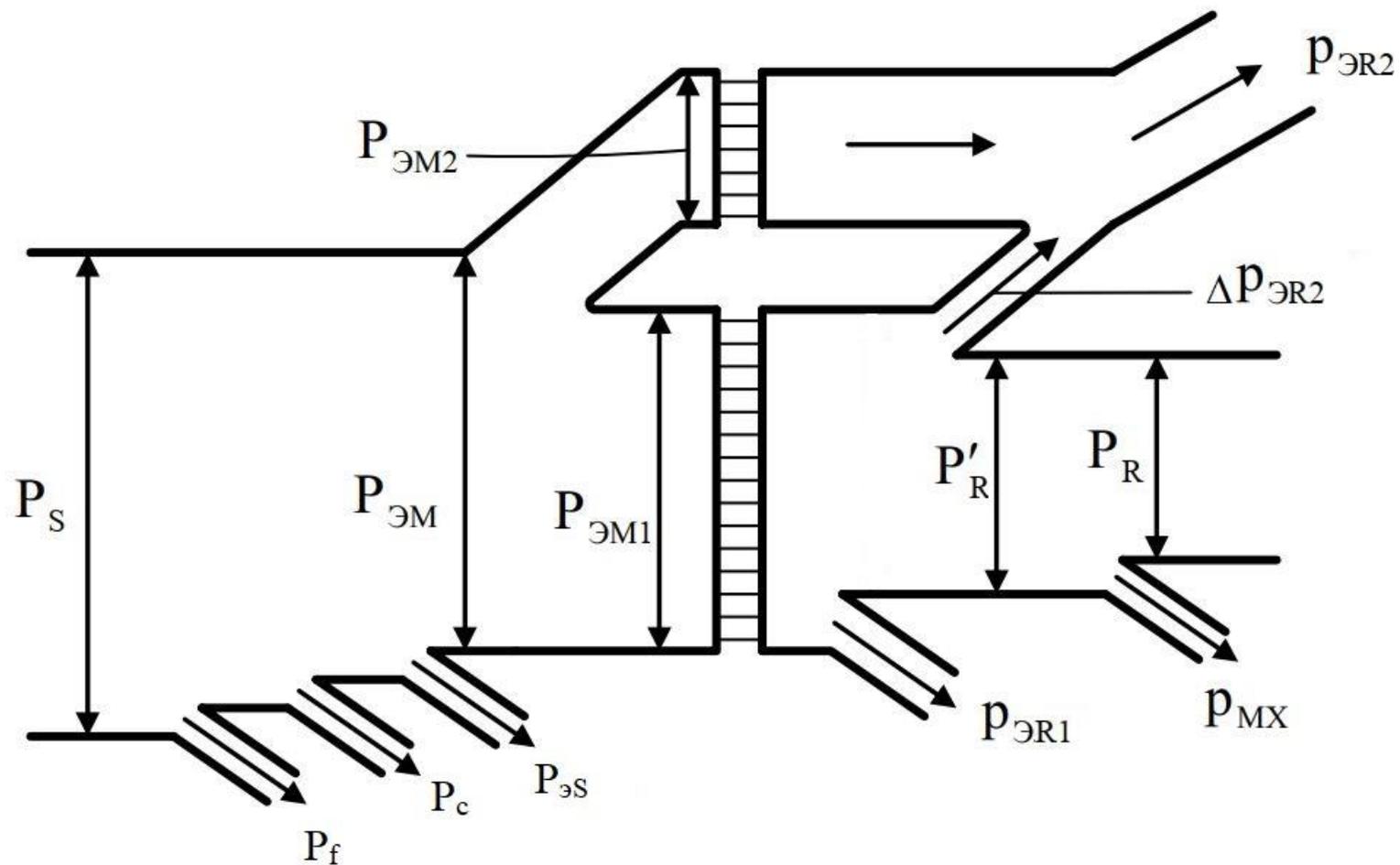
Обычно не учитываются добавочные потери

- » от вытеснения тока
- » пульсационные
- » от перемагничивания стали потоками рассеяния

Все они не более 0,5% от  $P_S$ ,  
что для микромашин очень мало

# Потери мощности и энергетическая диаграмма

## Энергетическая диаграмма



## Далее

---

### Асинхронные микродвигатели общего назначения

Ширинский С.В.  
каф. ЭМЭЭА, НИУ «МЭИ»

✉ ShirinskiiSV@mpei.ru

🔗 <https://e-200.ru/EMAU/>

