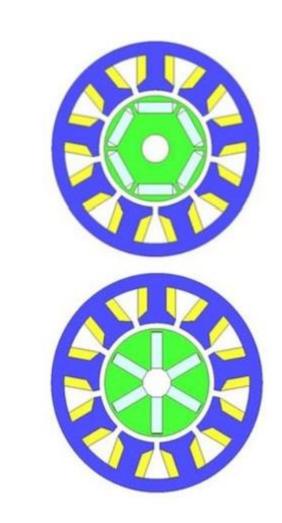
# Теория синхронных микромашин

Теория, конструкции, характеристики



## Синхронные микродвигатели

Главная особенность СД — постоянная частота вращения  $n=n_{
m c}$  при колебаниях U и  $M_{
m c}$ 

$$n_{\rm c} = \frac{60f}{p}$$

#### Основные требования к СД

- общие для силовых двигателей
  - высокие энергетические показатели
  - малые габариты и масса
- специфические для СД
  - постоянство средней или мгновенной скорости

#### Питание

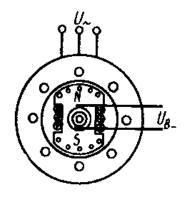
- » 3-фазное или 1-фазное
- » частота напряжения f = 50 / 400 / 1000 Гц

#### Конструкция статора

- классическая: сердечник с обмотками
- аналогична асинхронным микродвигателям

#### Синхронные микродвигатели

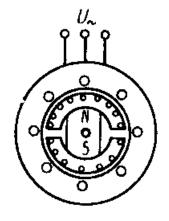
#### Конструкция ротора



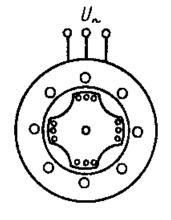
СД с электромагнитным возбуждением

- » сложность конструкции (в микромашинах)
- » сложность пуска
- » необходимость источника постоянного тока для ОВ
- » передача тока ОВ к вращающемуся ротору

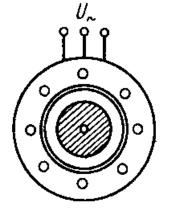
Применяются в микромашинах очень редко



с постоянными магнитами



реактивные



гистерезисные

#### А также тихоходные

- » многополюсные (реактивные/гистерезисные)
- индукторные(с электромагнитной редукцией)
- » редукторные (со встроенным редуктором)
- » СД с катящимся / волновым ротором

# Общая теория синхронных микродвигателей

Уравнения и векторная диаграмма

#### Уравнение напряжений синхронного микродвигателя

Основное отличие — значительная величина активного сопротивления  $r_{S}$  (им нельзя пренебрегать)

Уравнение баланса напряжений для статора СД  $\dot{U} = -\dot{E}_{\delta} - \dot{E}_{\sigma} + \dot{I}r_{S}$ 

где  $E_{\delta}$  – ЭДС, наведенная в обмотке статора результирующим потоком в зазоре  $\Phi$ ,

 $E_{\sigma}$  – ЭДС, наведенная в обмотке статора потоком рассеяния статора  $\dot{E}_{\sigma}=-j\dot{I}x_{S}$ 

Т.е. уравнение баланса напряжений  $\dot{U}=-\dot{E}_{\delta}+j\dot{I}x_{S}+\dot{I}r_{S}=-\dot{E}_{\delta}+\dot{I}Z_{S}$ 

Т.к. напряжение питания уравновешивается в основном ЭДС, а  $E=4,44\,f\!w\Phi$ 

То при работе СД от сети с постоянным напряжением поток остается неизменным

Результирующий поток в зазоре  $\Phi$ :

- » поток возбужденного ротора  $\Phi_{_{\mathrm{B}}}$
- » поток реакции статора  $\Phi_a$  (от намагничивающего тока статора)

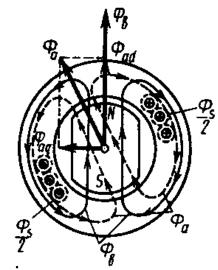
При постоянном напряжении питания (и  $\Phi \approx {
m const}$ ) доля  $\Phi_a$  зависит от величины возбужденности ротора (т.е.  $\Phi_{
m B}$ )

- » в СД можно увеличить  $\Phi_{\scriptscriptstyle \rm R}$  так, чтобы  $\Phi_{\scriptscriptstyle \it d}=0$  (тогда  $\cos\phi=1$ )
- » при дальнейшем увеличении  $\Phi_{_{\mathrm{B}}}$  поток  $\Phi_{a}$  поменяет знак (реактивная мощность o в сеть)
- » в СД с ПМ величина возбужденности ротора постоянна (и обычно  $\Phi_{_{\rm B}}\!<\Phi$ )

#### Уравнение напряжений синхронного микродвигателя

ЭДС от результирующего потока в зазоре  $\dot{E}_{\rm \delta}=\dot{E}_{\rm 0}+\dot{E}_{a}$  где  $E_{\rm 0}$  – ЭДС, наводимая основным потоком ротора  $\Phi_{\rm B}$   $E_{a}$  – ЭДС, наводимая потоком реакции статора  $\Phi_{a}$ 

Т.к. потоки  $\Phi_{\scriptscriptstyle \rm B}$  и  $\Phi_a$  смещены в пространстве, ЭДС  $E_0$  и  $E_a$  сдвинуты по фазе во времени



Уравнение баланса напряжений  $\dot{U}=-\dot{E}_{\delta}+\dot{I}Z_{S}=-\dot{E}_{0}-\dot{E}_{a}-\dot{E}_{\sigma}+\dot{I}r_{S}$ 

В СД с явновыраженными полюсами проводимость зазора не постоянна, поэтому для анализа магнитной цепи применяют метод двух реакций, раскладывая  $\Phi_a$  на составляющие  $\Phi_{ad}$  и  $\Phi_{aq}$ 

Тогда и наводимую ЭДС  $E_a$  можно заменить суммой  $\dot{E}_a = \dot{E}_{ad} + \dot{E}_{aq}$ 

Уравнение баланса напряжений  $\dot{U}=-\dot{E}_0-\dot{E}_{ad}-\dot{E}_{aq}-\dot{E}_{\sigma}+\dot{I}r_{S}$ 

#### Уравнение напряжений синхронного микродвигателя

Ток статора, создающий поток  $\Phi_a$ , также удобно разложить на составляющие

$$I_d = I \sin \psi$$

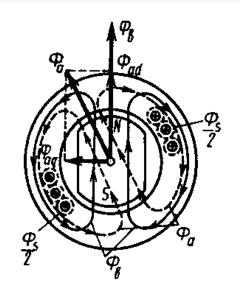
$$I_q = I \cos \psi$$

где  $\psi$  - угол между током I и ЭДС - $E_0$  (или между I и осью q)



$$\dot{E}_{ad} = -j\dot{I}_{d}x_{ad}$$

$$\dot{E}_{aq} = -j\dot{I}_q x_{aq}$$



Здесь  $x_{ad}$  – синхронное индуктивное сопротивление фазы статора по продольной оси (обусловлено проводимостью зазора для потока  $\Phi_{ad}$ )

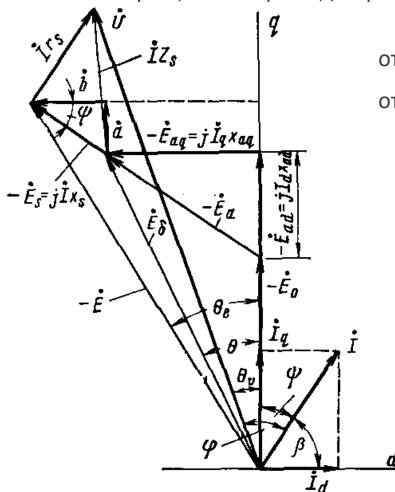
 $x_{aq}$  — синхронное индуктивное сопротивление фазы статора по поперечной оси (обусловлено проводимостью зазора для потока  $\Phi_{aq}$ )

Уравнение баланса напряжений  $\dot{U}=-\dot{E}_0+j\dot{I}_dx_{ad}+j\dot{I}_qx_{aq}+j\dot{I}x_S+\dot{I}r_S$ 

#### Векторная диаграмма ненасыщенного синхронного микродвигателя

Уравнение баланса напряжений  $\dot{U}=-\dot{E}_0+j\dot{I}_dx_{ad}+j\dot{I}_qx_{aq}+j\dot{I}x_S+\dot{I}r_S$ 

Соответствующая векторная диаграмма



Из векторной диаграммы:

отрезок 
$$|\dot{a}| = I x_S \sin \psi = I_d x_S$$
  $\dot{a} = j \dot{I}_d x_S$ 

отрезок 
$$\left| \dot{b} \right| = I \, x_S \cos \psi = I_q x_S$$
  $\dot{b} = j \dot{I}_q x_S$ 

Т.е. падение напряжения

$$j\dot{I} x_S = \dot{a} + \dot{b} = j\dot{I}_d x_S + j\dot{I}_q x_S$$

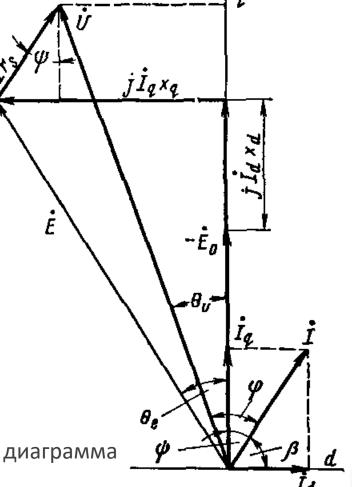
Тогда уравнение баланса напряжений

$$\dot{U} = -\dot{E}_{0} + j\dot{I}_{d}x_{ad} + j\dot{I}_{q}x_{aq} + j\dot{I}_{d}x_{S} + j\dot{I}_{q}x_{S} + \dot{I}r_{S}$$

или 
$$\dot{U}=-\dot{E}_0+j\dot{I}_dx_d+j\dot{I}_qx_q+\dot{I}r_S$$
 где  $x_d=x_{ad}+x_S$ 

$$x_q = x_{aq} + x_S$$

Соответствующая векторная диаграмма



# Общая теория синхронных микродвигателей

Токи, мощности и электромагнитный момент

#### Ток статора синхронного микродвигателя

С помощью векторной диаграммы найдем выражения для токов

Запишем проекции вектора U на оси d и q

$$U\cos\theta_U = E_0 + I_d x_d + Ir_S \cos\psi$$

$$I_q x_q = U \sin \theta_U + I r_S \sin \psi$$

Перепишем с учетом  $I\cos \psi = I_q$  $I \sin \psi = I_A$ 

$$U\cos\theta_U - E_0 = I_d x_d + I_q r_S$$

$$-U\sin\theta_U = I_d r_S - I_q x_q$$

Выразим составляющие токов

$$I_{d} = \frac{(U\cos\theta_{U} - E_{0})x_{q} - Ur_{s}\sin\theta_{U}}{r_{S}^{2} + x_{d}x_{q}} \qquad I_{q} = \frac{(U\cos\theta_{U} - E_{0})r_{S} + Ux_{d}\sin\theta_{U}}{r_{S}^{2} + x_{d}x_{q}}$$

$$I_q = \frac{(U\cos\theta_U - E_0)r_S + Ux_d\sin\theta_U}{r_S^2 + x_dx_q}$$

Для СД с ПМ введем понятие степени возбужденности ротора  $\epsilon = \frac{E_0}{E_0}$ 

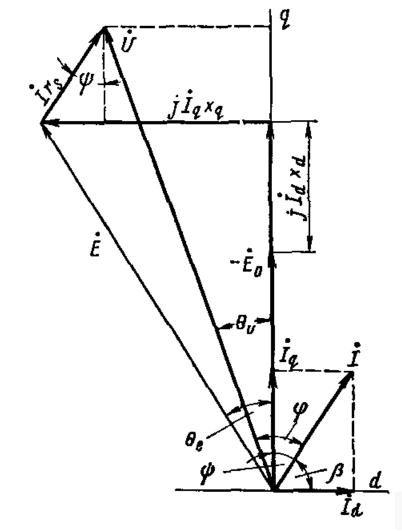
Тогда составляющие токов

$$I_d = \frac{U}{r_S^2 + x_d x_q} \left( x_q \cos \theta_U - x_q \varepsilon - r_S \sin \theta_U \right)$$

$$I_{q} = \frac{U}{r_{S}^{2} + x_{d}x_{a}} \left( r_{S} \cos \theta_{U} - r_{S} \varepsilon + x_{d} \sin \theta_{U} \right)$$

Полный ток статора

$$I = \sqrt{I_d^2 + I_q^2}$$



#### Мощность и момент синхронного микродвигателя

Мощность, потребляемая двигателем из сети (через фазные величины)  $P_S = mUI\cos\phi$ 

С помощью векторной диаграммы выразим угол  $\phi = \Theta_U + \psi$ 

Тогда мощность  $P_S = mUI\cos(\theta_U + \psi) = mUI\cos\psi\cos\theta_U - mUI\sin\psi\sin\theta_U$ 

С учетом  $I \cos \psi = I_q$   $I \sin \psi = I_d$ 

электрическая мощность  $P_{S} = mUI_{q}\cos\theta_{U} - mUI_{d}\sin\theta_{U}$ 

Подставив выражения для  $I_d$ ,  $I_q$  получим

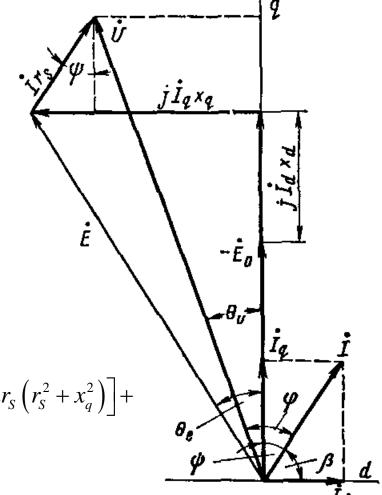
$$P_S = \frac{mU^2}{r_S^2 + x_d x_q} \left[ \varepsilon \left( x_q \sin \theta_U - r_S \cos \theta_U \right) + \frac{1}{2} \left( x_d - x_q \right) \sin 2\theta_U + r_S \right]$$

Электромагнитная мощность  $P_{\rm ЭM} = P_{\rm S} - \Delta P_{\rm ЭS} = P_{\rm S} - m I^2 r_{\rm S}$  (без учета потерь в стали)

Электромагнитный момент СД  $M = \frac{P_{
m SM}}{\Omega_c}$ 

$$M = \frac{mU^{2}\varepsilon}{\Omega_{c}(r_{S}^{2} + x_{d}x_{q}^{2})^{2}} \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{d} \right) \sin\theta_{U} + r_{S} \left( 2x_{q}^{2} + r_{S}^{2} - x_{d}x_{q} \right) \cos\theta_{U} - \varepsilon r_{S} \left( r_{S}^{2} + x_{q}^{2} \right) \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \sin\theta_{U} \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right) \right] + C \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{q} \right)$$

$$+\frac{mU^{2}}{2\Omega_{c}} \cdot \frac{x_{d} - x_{q}}{(r_{S}^{2} + x_{d}x_{q})^{2}} \left[ \left( x_{d}x_{q} - r_{S}^{2} \right) \sin 2\theta_{U} + r_{S} \left( x_{d} + x_{q} \right) \cos 2\theta_{U} - r_{S} \left( x_{d} - x_{q} \right) \right]$$
**3MAY**



#### Электромагнитный момент синхронного микродвигателя

Момент синхронного микродвигателя

$$M = \frac{mU^{2}\varepsilon}{\Omega_{c}(r_{S}^{2} + x_{d}x_{q})^{2}} \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{d} \right) \sin\theta_{U} + r_{S} \left( 2x_{q}^{2} + r_{S}^{2} - x_{d}x_{q} \right) \cos\theta_{U} - \varepsilon r_{S} \left( r_{S}^{2} + x_{q}^{2} \right) \right] + \frac{mU^{2}}{2\Omega_{c}} \cdot \frac{x_{d} - x_{q}}{(r_{S}^{2} + x_{d}x_{q})^{2}} \left[ \left( x_{d}x_{q} - r_{S}^{2} \right) \sin2\theta_{U} + r_{S} \left( x_{d} + x_{q} \right) \cos2\theta_{U} - r_{S} \left( x_{d} - x_{q} \right) \right]$$

Вывод формулы проведен аналогично классической теории ЭМ Но здесь нельзя пренебрегать активным сопротивлением обмотки  $r_{\rm s}$ 

Для ЭМ средней и большой мощности, полагая  $r_{\rm S}=0$ , получим

$$M = \frac{mE_0U}{\Omega_c x_d} \sin \theta + \frac{mU^2}{2\Omega_c} \left( \frac{1}{x_a} - \frac{1}{x_d} \right) \sin 2\theta$$

Однако структура момента сохраняется:  $M = M_{\varepsilon} + M_{da}$ 

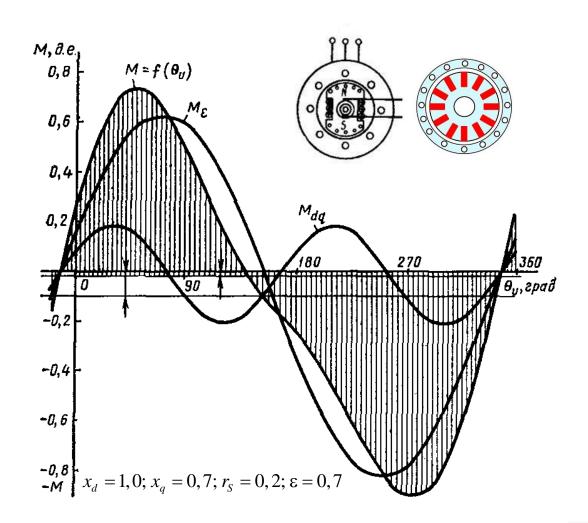
- »  $M_{\varepsilon}$  основной электромагнитный момент (зависит от степени возбужденности ротора  $\varepsilon$ )
- »  $M_{dq}$  реактивный момент / момент явнополюсности (зависит от соотношения  $x_d$  и  $x_a$ )

В СД с неявновыраженными полюсами (или с поверхностными ПМ)  $x_d = x_q$  и реактивный момент  $M_{dq} = 0$ 

## Угловая характеристика синхронного микродвигателя

В СД с электромагнитным возбуждением (или в СД с тангенциальными ПМ) обычно  $x_d > x_q$  и реактивный момент при малых нагрузках (малых углах  $\theta_U$ ) положителен  $M_{dq} > 0$ 

$$M = \frac{mE_0 U}{\Omega_c x_d} \sin \theta + \frac{mU^2}{2\Omega_c} \frac{x_d - x_q}{x_d x_q} \sin 2\theta$$

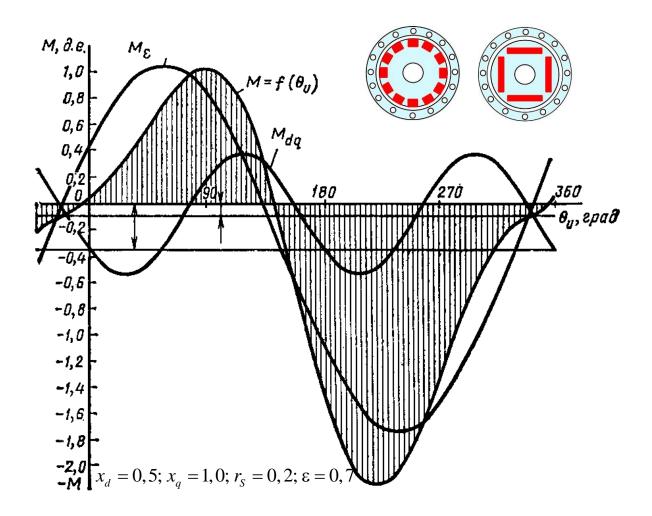


## Угловая характеристика синхронного микродвигателя

В СД с внутренними ПМ из-за из малого  $\mu_r$  оказывается  $x_d < x_q$ 

и реактивный момент при малых нагрузках (малых углах  $\theta_{\it U}$ ) отрицателен  $M_{\it dq} < 0$ 

$$M = \frac{mE_0U}{\Omega_c x_d} \sin \theta + \frac{mU^2}{2\Omega_c} \frac{x_d - x_q}{x_d x_q} \sin 2\theta$$



Электромагнитный момент (момент от поля возбуждения)

$$M_{\varepsilon} = \frac{mU^{2}\varepsilon}{\Omega_{c}(r_{S}^{2} + x_{d}x_{q})^{2}} \left[ \left( x_{d}x_{q}^{2} - r_{S}^{2}x_{q} + 2r_{S}^{2}x_{d} \right) \sin\theta_{U} + r_{S} \left( 2x_{q}^{2} + r_{S}^{2} - x_{d}x_{q} \right) \cos\theta_{U} - \varepsilon r_{S} \left( r_{S}^{2} + x_{q}^{2} \right) \right]$$

Перепишем формулу электромагнитного момента в виде  $M_{\varepsilon} = A\sin\theta_U + B\cos\theta_U + C = A_{\varepsilon}\sin(\theta_U + \alpha_{\varepsilon}) - M_{\varepsilon}$ 

$$A_{\epsilon} - \text{амплитуда синусоиды} \quad A_{\epsilon} = \frac{mU^2\epsilon}{\Omega_{\mathrm{c}}\left(r_{\mathrm{S}}^2 + x_d x_q\right)^2} \sqrt{\left(x_d x_q^2 - r_{\mathrm{S}}^2 x_q + 2r_{\mathrm{S}}^2 x_d\right)^2 + r_{\mathrm{S}}^2 \left(2x_q^2 + r_{\mathrm{S}}^2 - x_d x_q\right)^2}$$

$$lpha_{arepsilon}$$
 – фазовый сдвиг, определяемый как  $ext{tg}\,lpha_{arepsilon} = rac{r_{\!\scriptscriptstyle S}\left(2x_{\!\scriptscriptstyle q}^2 + r_{\!\scriptscriptstyle S}^2 - x_{\!\scriptscriptstyle d}x_{\!\scriptscriptstyle q}
ight)}{x_{\!\scriptscriptstyle d}x_{\!\scriptscriptstyle q}^2 - r_{\!\scriptscriptstyle S}^2x_{\!\scriptscriptstyle q} + 2r_{\!\scriptscriptstyle S}^2x_{\!\scriptscriptstyle d}}$ 

Последнее слагаемое не зависит от угла нагрузки и всегда отрицательно ightarrow тормозной момент  $M_{\scriptscriptstyle
m ET}$ 

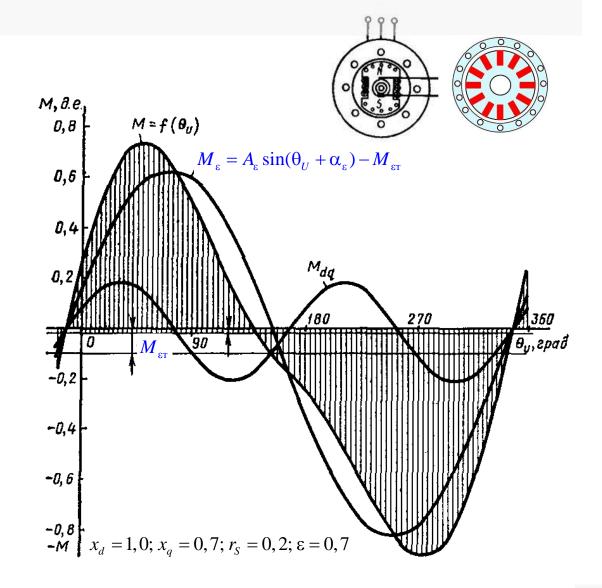
$$M_{_{\mathrm{ET}}} = -rac{mU^{2}\epsilon}{\Omega_{_{\mathrm{C}}}(r_{_{S}}^{2} + x_{_{d}}x_{_{q}})^{2}}\epsilon r_{_{S}}\left(r_{_{S}}^{2} + x_{_{q}}^{2}
ight) = rac{mE_{_{0}}^{2}r_{_{S}}}{\Omega_{_{\mathrm{C}}}}rac{r_{_{S}}^{2} + x_{_{q}}^{2}}{\left(r_{_{S}}^{2} + x_{_{d}}x_{_{q}}
ight)^{2}}$$

»  $M_{_{\mathrm{ET}}}$  зависит от возбуждения полюсов  $(E_{_{0}})$  и  $r_{_{S}}$ , но не зависит от  $U$ 

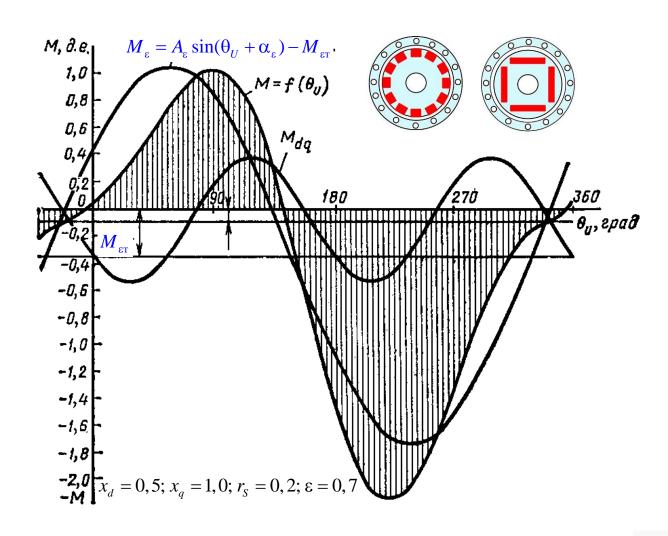
Электромагнитный момент изменяется по закону  $\sin$  от угла  $\theta_{II}$ Но за счет  $r_{\scriptscriptstyle S}$  синусоида смещается влево на угол  $lpha_{\scriptscriptstyle 
m E}$  и вниз на  $M_{\scriptscriptstyle 
m ET}$ 

- » причина возникновения  $M_{
  m er}$  потери в обмотке статора от токов, наводимых полем возбуждения (генераторный момент)

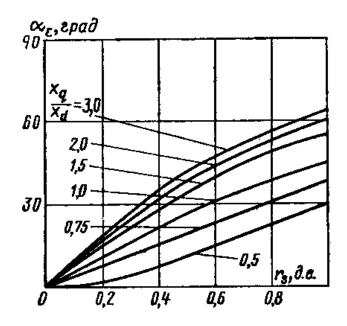
Вращающий момент при  $x_d > x_q$ 



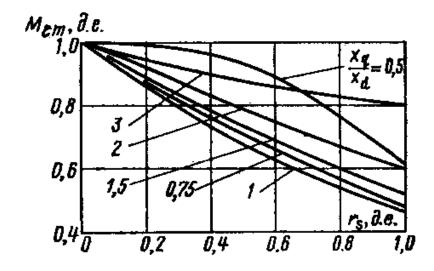
Вращающий момент при  $x_d < x_q$ 



Угол смещения синусоиды  $\alpha_{\varepsilon}$  в зависимости от  $r_{S}$  для разных СД



Величина максимального электромагнитного момента  $M_{\varepsilon m}$  в зависимости от  $\underline{r}_{\underline{S}}$  для разных СД



Реактивный момент (момент явнополюсности)

$$M_{dq} = \frac{mU^{2}}{2\Omega_{c}} \cdot \frac{x_{d} - x_{q}}{(r_{S}^{2} + x_{d}x_{q})^{2}} \left[ \left( x_{d}x_{q} - r_{S}^{2} \right) \sin 2\theta_{U} + r_{S} \left( x_{d} + x_{q} \right) \cos 2\theta_{U} - r_{S} \left( x_{d} - x_{q} \right) \right]$$

Аналогично электромагнитному моменту представим в виде  $M_{dq} = A \sin 2\theta_U + B \cos 2\theta_U + C = A_{dq} \sin 2(\theta_U + \alpha_{dq}) - M_{dq}$ 

$$A_{dq} - \text{амплитуда синусоиды} \qquad A_{dq} = \frac{mU^2(x_d - x_q)}{2\Omega_{\rm c} \left(r_{\rm S}^2 + x_d x_q\right)^2} \sqrt{\left(x_d x_q - r_{\rm S}^2\right)^2 + r_{\rm S}^2 \left(x_d + x_q\right)^2}$$

$$lpha_{dq}$$
 — фазовый сдвиг, определяемый как  $ext{tg } 2lpha_{dq} = rac{r_{S}\left(x_{d} + x_{q}
ight)}{x_{d}x_{q} - r_{S}^{2}}$ 

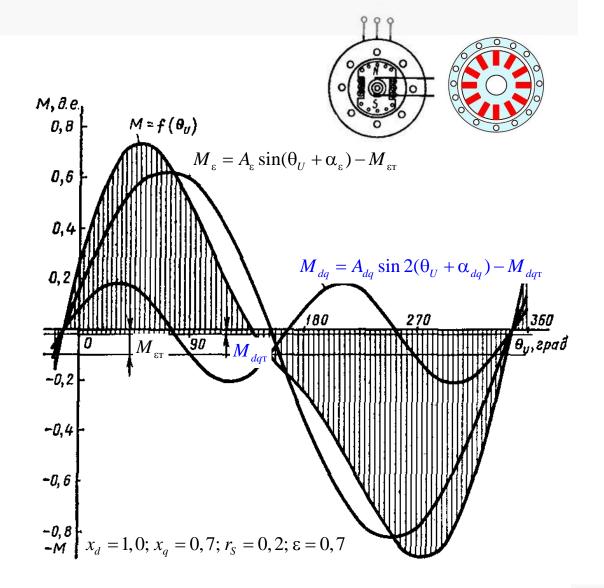
Тормозной реактивный момент  $M_{
m ext}$ 

$$M_{dqT} = -\frac{mU^{2}}{2\Omega_{c}} \cdot \frac{x_{d} - x_{q}}{(r_{S}^{2} + x_{d}x_{q})^{2}} r_{S} \left(x_{d} - x_{q}\right) = \frac{mU^{2}r_{S}}{2\Omega_{c}} \cdot \frac{\left(x_{d} - x_{q}\right)^{2}}{\left(r_{S}^{2} + x_{d}x_{q}\right)^{2}}$$

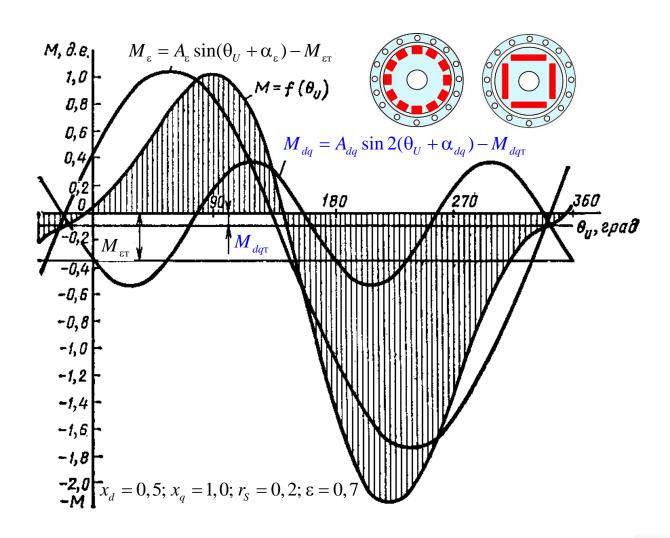
»  $M_{dq^{\mathrm{T}}}$  становится заметен лишь у СД с большим  $r_{\scriptscriptstyle S}$ 

Реактивный момент изменяется по закону  $\sin$  от двойного угла  $\theta_U$  Но за счет  $r_S$  синусоида смещается влево на угол  $\alpha_{dq}$  и вниз на  $M_{dqr}$ 

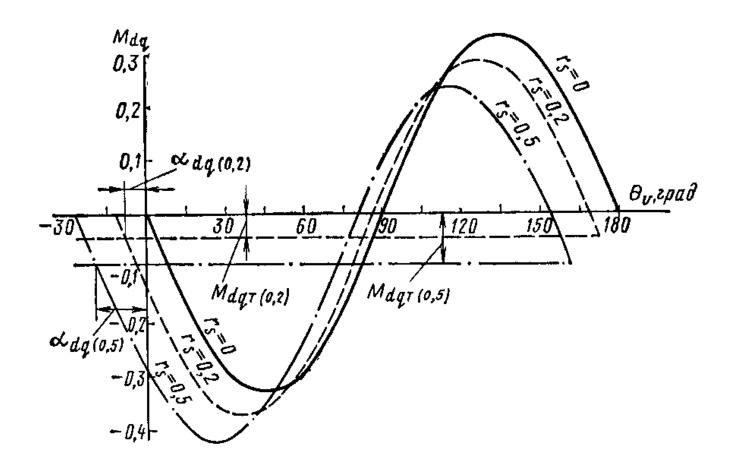
Вращающий момент при  $x_d > x_q$ 



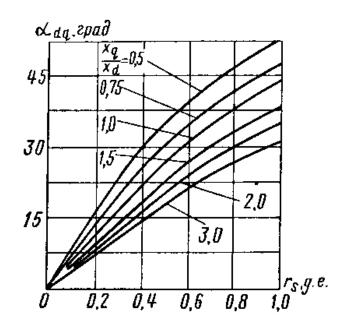
Вращающий момент при  $x_d < x_q$ 



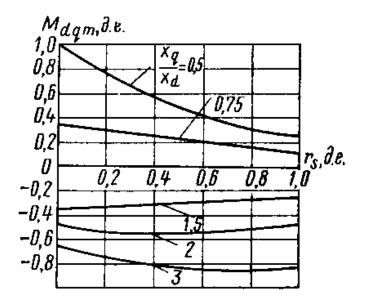
Кривые реактивного момента  $M_{dq}$  при различных  $r_{S}$  для СД с  $x_{d} < x_{q}$ 



Угол смещения синусоиды  $\alpha_{dq}$  в зависимости от  $r_S$  для разных СД



Величина максимального реактивного момента  $M_{dqm}$  в зависимости от  $\underline{r_S}$  для разных СД



#### Результирующий момент

Итого, суммарный (результирующий) вращающий момент синхронного микродвигателя с возбужденными явновыраженными полюсами

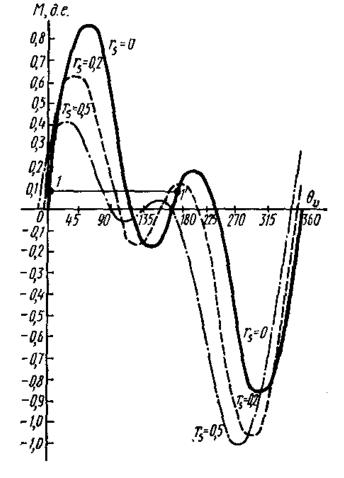
$$\begin{split} M &= M_{\varepsilon} + M_{dq} = A_{\varepsilon} \sin\left(\theta_{U} + \alpha_{\varepsilon}\right) + A_{dq} \sin2\left(\theta_{U} + \alpha_{dq}\right) - M_{\mathrm{T}} \\ \text{где} \quad A_{\varepsilon} &= \frac{mU^{2}\varepsilon}{\Omega_{c}\left(r_{s}^{2} + x_{d}x_{q}\right)^{2}} \sqrt{\left(x_{d}x_{q}^{2} - r_{s}^{2}x_{q} + 2r_{s}^{2}x_{d}\right)^{2} + r_{s}^{2}\left(2x_{q}^{2} + r_{s}^{2} - x_{d}x_{q}\right)^{2}} \\ \quad tg \, \alpha_{\varepsilon} &= \frac{r_{s}\left(2x_{q}^{2} + r_{s}^{2} - x_{d}x_{q}\right)}{x_{d}x_{q}^{2} - r_{s}^{2}x_{q} + 2r_{s}^{2}x_{d}} \\ \quad A_{dq} &= \frac{mU^{2}(x_{d} - x_{q})}{2\Omega_{c}\left(r_{s}^{2} + x_{d}x_{q}\right)^{2}} \sqrt{\left(x_{d}x_{q} - r_{s}^{2}\right)^{2} + r_{s}^{2}\left(x_{d} + x_{q}\right)^{2}} \\ \quad M_{\mathrm{T}} &= \frac{mU^{2}r_{s}}{\Omega_{c}\left(r_{s}^{2} + x_{d}x_{q}\right)^{2}} \left[\varepsilon^{2}\left(r_{s}^{2} + x_{q}^{2}\right) + \frac{\left(x_{d} - x_{q}\right)^{2}}{2}\right] \end{split}$$

При увеличении  $r_S$  синусоиды смещаются влево (на  $lpha_{arepsilon}$  и вниз (на  $M_{arepsilon ext{T}}$  и  $M_{dq ext{T}}$ )

### Результирующий момент

Если при слабой намагниченности амплитуда электромагнитного момента  $M_{\epsilon}$  соизмерима с амплитудой реактивного момента  $M_{dq'}$  в результирующей кривой появляются две зоны устойчивой работы: рабочие точки 1 и 1' при разных углах нагрузки  $\theta_U$   $\rightarrow$  проблемы с синфазным вращением нескольких СД

$$M = A_{\varepsilon} \sin(\theta_U + \alpha_{\varepsilon}) + A_{dq} \sin(2(\theta_U + \alpha_{dq}) - M_{\tau})$$



### СД с неявновыраженными полюсами

В СД с неявновыраженными полюсами  $x_d = x_q = x_{\rm c}$ 

Уравнение баланса напряжений

$$\dot{U} = -\dot{E}_0 + j\dot{I}x_c + \dot{I}r_S = -\dot{E}_0 + \dot{I}Z_c$$

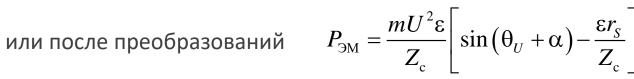
где  $Z_{
m c}=r_{
m S}+jx_{
m c}$  – полное синхронное сопротивление СД

Воспользуемся готовыми выражениями, подставив в них  $x_d = x_q = x_{
m c}$ 

Полный ток статора 
$$I = \frac{U}{Z_c} \sqrt{1 - 2\varepsilon \cos \theta_U + \varepsilon^2}$$

Потребляемая мощность 
$$P_S = \frac{mU^2}{r_S^2 + x_c^2} \Big[ r_S + \varepsilon \big( x_c \sin \theta_U - r_S \cos \theta_U \big) \Big]$$

Электромагнитная мощность 
$$P_{\text{ЭМ}} = \frac{mU^2 \varepsilon}{r_{\text{S}}^2 + x_{\text{c}}^2} \left[ \left( x_{\text{c}} \sin \theta_U + r_{\text{S}} \cos \theta_U \right) - \varepsilon r_{\text{S}} \right]$$



 $P_{
m 3M} = rac{mU^2 arepsilon}{Z_{
m c}} \left[ \sin \left( heta_U + lpha 
ight) - rac{arepsilon r_S}{Z_{
m c}} 
ight]$  где фазовый сдвиг lpha определяется как  $ext{tg} \, lpha = rac{r_S}{x_{
m c}}$ 

Вращающий момент 
$$M_{\rm c} = \frac{mU^2 \varepsilon}{\Omega_{\rm c} Z_{\rm c}} \left[ \sin(\theta_U + \alpha) - \frac{\varepsilon r_S}{Z_{\rm c}} \right] = M_{\rm c}' - M_{\rm ct}$$

Угловая характеристика — синусоида, смещенная влево на lpha и вниз на  $M_{
m cr}$ 

## СД с неявновыраженными полюсами

По формуле вращающего момента 
$$M_{\rm c} = \frac{mU^2 \epsilon}{\Omega_{\rm c} Z_{\rm c}} \left[ \sin \left( \theta_{\rm U} + \alpha \right) - \frac{\epsilon r_{\rm S}}{Z_{\rm c}} \right]$$

найдем максимальный момент

$$M_{\mathrm{c}_{m}}=rac{mU^{2}arepsilon}{\Omega_{\mathrm{c}}Z_{\mathrm{c}}}\Bigg[1-rac{arepsilon r_{\mathrm{S}}}{Z_{\mathrm{c}}}\Bigg]$$
 — при угле  $heta_{U}+lpha=90^{\circ}$  или  $\mathrm{tg}\, heta_{U_{m}}=\mathrm{tg}(90^{\circ}-lpha)=\mathrm{ctg}\,lpha=rac{x_{\mathrm{c}}}{r_{\mathrm{S}}}$ 

Производную максимального момента по ε приравняем нулю и найдем степень возбужденности ротора, обеспечивающую максимально возможный максимальный момент

$$\varepsilon_{M_{cm}} = \frac{Z_{c}}{2r_{S}} \qquad M_{cmax} = \frac{mU^{2}}{4\Omega_{c}r_{S}}$$

Максимальный момент (и максимальная  $P_{\ni M}$ ) оптимально возбужденного СД не зависит от  $x_c$  $(x_c$  влияет на угол нагрузки  $\theta_U$ , при котором достигается максимум момента)

На практике степень возбужденности  $\epsilon$  выбирают так, чтобы

- получить наибольшее значение максимального момента
- получить максимальный КПД
- получить требуемый соѕф
- получить хорошие пусковые свойства

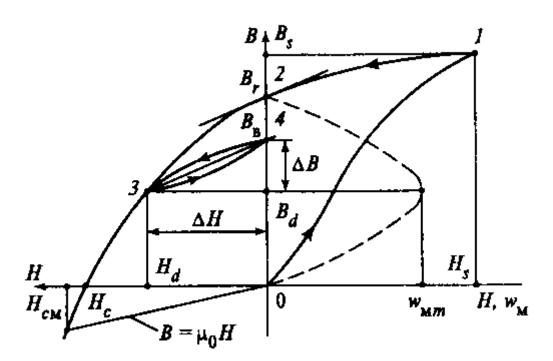
(требуется оптимизация)

Для синхронных микродвигателей

ПМ – предварительно намагниченное ферромагнитное тело, сохраняющее остаточную намагниченность и служащее источником постоянного магнитного поля

Материал ПМ — магнитотвердый сплав с малым  $\mu_{\text{пм}} = (1...25)\mu_0$ , широкой петлей гистерезиса и большим эл. сопротивлением  $\rho_{\text{пм}} = (0,5...1,8)\cdot 10^{-6}$  Ом·м ( $\rho_{\text{Cu}} = 0,02\cdot 10^{-6}$  Ом·м)

Основная характеристика магнитного материала — петля гистерезиса B(H)



Намагничивание ПМ — внешним магнитным полем (пост. или переменный ток — импульсное намагничивание) до выхода на предельную петлю гистерезиса — т.1

 $B_{S}$  – индукция насыщения

 $B_r$  — остаточная индукция (после снятия намагничивания, в т.2 при H=0)

 $H_c$  – коэрцитивная сила (по индукции)

— напряженность внешнего размагничивающего поля, обеспечивающая B=0 в ПМ

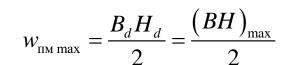
 $H_{\scriptscriptstyle CM}$  – коэрцитивная сила (по намагниченности)

 напряженность внешнего размагничивающего поля, обеспечивающая полное размагничивание ПМ

 $\mu_{\scriptscriptstyle ext{IIM}}$  – магнитная проницаемость ПМ (разная при разных H)

$$\mu_{\text{\tiny IIM}} = \frac{dB}{dH}$$

$$w_{\scriptscriptstyle \Pi M}$$
 – удельная магнитная энергия ПМ  $w_{\scriptscriptstyle \Pi M}$ 



После снятия намагничивания  $\rightarrow$  ПМ находится в т.2

При приложении размагничивающей МДС (внешняя F или  $U_{\mathfrak{u}}$  в немагнитном зазоре)

 $\rightarrow$  ПМ переходит в т.3

После снятия внешней МДС

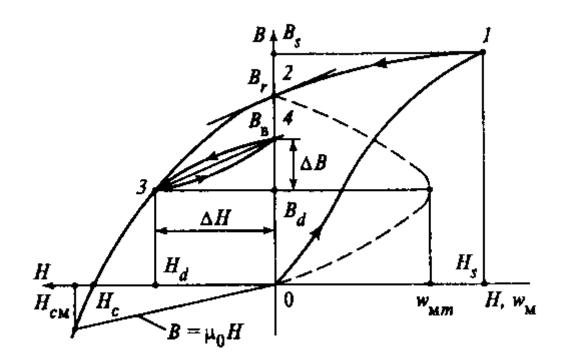
 $\rightarrow$  ПМ возвращается по частичной петле гистерезиса в т.4 (обычно упрощают до прямой 3-4):  $B_4 < B_r$ 

Если в процессе работы внешнее поле не превышает  $H_3$ 

 $\rightarrow$  ПМ перемагничивается по прямой 3-4 – «линия возврата»)

При более сильном размагничивании (реакция якоря при КЗ)

ightarrow переход на другую линию возврата вплоть до полного размагничивания при  $H_{c}$ 

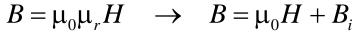


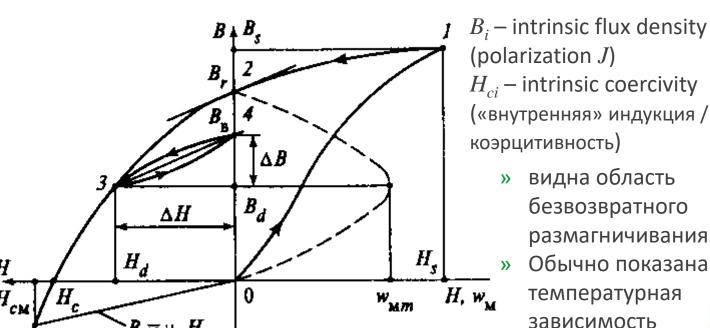
После первоначального намагничивания – «стабилизация» ПМ

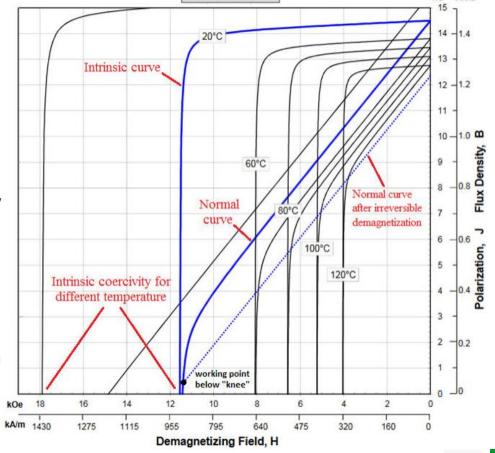
ightarrow размагничивание до  $H_d$ , которая гарантированно больше H при работе  $\ni$  М

(желательно в т.3, где максимальная  $w_{\scriptscriptstyle {\rm IIM}}$ )

В англоязычной литературе используют другое представление







Material: N52

#### Работа постоянных магнитов в электрической машине

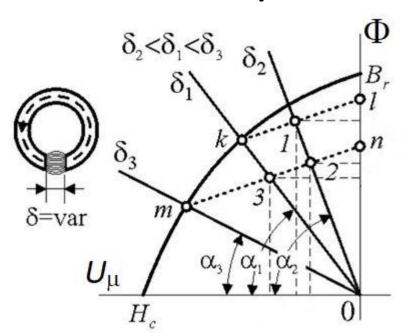
Рассмотрим тороид из магнитотвердого материала, намагниченный до состояния насыщения

При снятии внешнего намагничивания индукция в материале равна  $B_{r}$ 

По закону полного тока  $\oint H dl = H_{\rm M} l = 0$  Т.е.  $U_{\mu}$  и напряженность поля в магните  $H_{\rm M} = 0$  (а индукция  $B = B_r$ ) (при этом удельная энергия магнита BH/2 = 0, внешнее поле не создается)

Если создать зазор  $\delta$ , в нем возникнет магнитное поле с напряженностью  $H_{\delta}$ 

По закону полного тока  $\oint H dl = H_{_{\delta}} \delta + H_{_{\mathrm{M}}} l = 0$  или  $U_{_{\mu\delta}} + U_{_{\mu\mathrm{M}}} = 0$ 



Т.е.  $U_{\mu}$  в магните  $U_{\mu \rm M} = -U_{\mu \delta} \neq 0$  и напряженность  $H_{\rm M} = -H_{\delta} \delta/l$  Что соответствует рабочей точке k на кривой размагничивания При этом индукция  $B_k < B_r$  (происходит размагничивание)

(если затем зазор  $\delta$  уменьшить до нуля, напряженность станет  $H_{_{\mathrm{M}}}=0$ , но рабочая точка переместится по прямой возврата в точку l)

Точка k — пересечение кривой размагничивания с характеристикой воздушного зазора — прямой линией под углом  $\alpha$ 

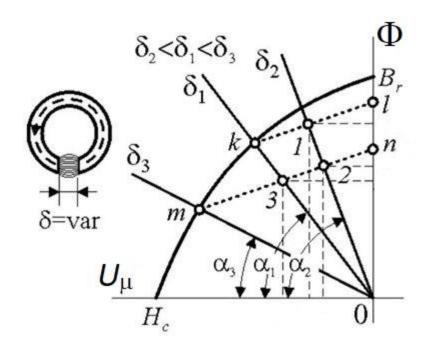
где 
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Phi_\delta}{U_{\scriptscriptstyle \mathsf{II}\delta}} = \frac{B_\delta S_\delta}{H_\delta \delta} = \mu_0 \, \frac{S_\delta}{\delta} = \Lambda_\delta$$
 Действительно, по закону Ома:  $\Phi_\delta = \Lambda_\delta U_{\scriptscriptstyle \mathsf{II}\delta}$ 

Чем больше  $\delta$ , тем меньше проводимость зазора  $\Lambda_{\delta}$ , тем меньше угол наклона кривой  $\alpha$ , тем сильнее размагничивание ПМ

## Работа постоянных магнитов в электрической машине

При этом важна последовательность размагничивания магнита

- » Если вначале создан зазор  $\delta_1$ , то рабочая точка по кривой размагничивания в т. k
- » Если затем уменьшить зазор до  $\delta_2$ , то рабочая точка по прямой возврата kl в т. 1
- » Если затем увеличить зазор до  $\delta_{ exttt{3}}$ , то рабочая точка по кривой размагничивания в т. m
- » Если опять уменьшить зазор до  $\delta_1$ , то рабочая точка по прямой возврата mn-в т. 3
- » Если далее уменьшить зазор до  $\delta_2$ , то рабочая точка по прямой возврата mn в т. 2

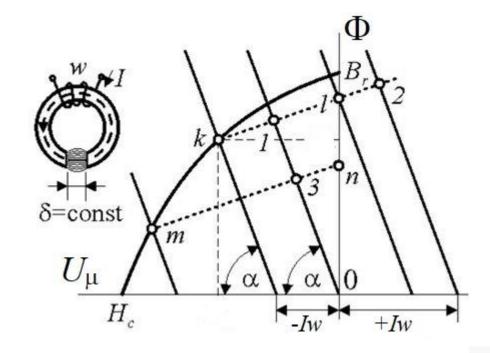


Магнитная проводимость зазора в тороиде моделирует полную магнитную проводимость всей магнитной цепи ЭМ (в основном в зазоре)

#### Работа постоянных магнитов в электрической машине

Теперь добавим обмотку с числом витков w и током I (модель МДС реакции якоря) МДС обмотки Iw создает магнитное поле согласно или встречно с полем магнита По закону полного тока теперь  $H_\delta \delta + H_{_M} l = Iw$  К  $U_\mu$  поля в магните  $U_{\mu \mathrm{M}} = H_\delta \delta$  теперь добавляется МДС внешнего намагничивания  $F_w = Iw$  (+ или -) смещая характеристику намагничивания воздушного зазора параллельно на величину  $F_w$ 

- » Если увеличивать ток, намагничивая тороид, индукция растет по прямой возврата kl
- » При МДС  $F_w = Iw = H_\delta \delta$  рабочая точка из т. 1 придет в т. l (можно дойти до  $B_r$  и  $B_S$ )
- » Обычно в ЭМ МДС якоря размагничивающая и - $F_{\scriptscriptstyle W}$  смещает характеристику влево
- » Размагничивание происходит по прямой возврата kl до т. k
- » При дальнейшем размагничивании рабочая точка смещается по кривой размагничивания (например, до т. m)
- » После такого размагничивания рабочей становится прямая возврата mn (по ней и надо в дальнейшем рассчитывать магнитную цепь ЭМ с ПМ)



1940-e - 1960-e

<u>Литые сплавы</u> на основе *Fe-Ni-Al* (+Cu, Co, Ti, Nb) – ЮНДК / *AlNiCo* 

Давно выпускаются, есть множество вариантов

- »  $B_r 0.5...1,4$  Тл
- »  $H_c$  40...150 кА/м
- $\mu_{\text{IIM}} 2...5 \mu_0$
- »  $W_{\text{пм}} 4...40 \text{ кДж/м}^3$

- » стабильность магнитных параметров (температурный коэф-т -0,02 %/°C)
- » рабочая температура до 520°C (t° Кюри до 900°C)
- » устойчивость против структурного старения
- » нелинейная кривая намагничивания
- высокая твердость, хрупкость, склонность к трещинам и сколам (невозможна механическая обработка, только литье + шлифовка)
- » могут быть изотропными или анизотропными

#### 1950-е

<u>Ферриты</u> на основе ферритов бария и стронция ( $BaO+6Fe_2O_3$  /  $SrO+6Fe_2O_3$ )

Керамика по технологии порошковой металлургии

» 
$$B_r - 0,2...0,4$$
 Тл

» 
$$H_c - 120...270 \text{ KA/M}$$

» 
$$\mu_{\text{IIM}} - 1,3...2 \mu_0$$

» 
$$W_{\text{пм}} - 5...15 \text{ кДж/м}^3$$

- » низкая цена
- » в среднем больше  $B_r$ , но меньше  $H_c$  (чем у ЮНДК)
- » сильная зависимость  $B_r$  от температуры
- >> рабочая температура до  $400^\circ$
- » высокое  $\rho_{\text{пм}}$  (нет потерь от вихревых токов)
- » могут быть изотропными или анизотропными

#### 1970-е

Редкоземельные магниты самарий-кобальт (SmCo)

Большая плотность магнитной энергии

- »  $B_r 0.8...0.9$  Тл
- »  $H_c$  500...600 кА/м
- »  $\mu_{\text{IIM}} 1,1...1,3 \; \mu_0$
- »  $W_{\text{пм}} 55...80 \text{ кДж/м}^3$

- » сложная технология
- » дорогие материалы
- » самая высокая цена ПМ
- » линейная кривая намагничивания
- » рабочая температура до 350°
- » стабильность магнитных параметров

#### 1980-е

Редкоземельные магниты неодим-железо-бор (NdFeB)

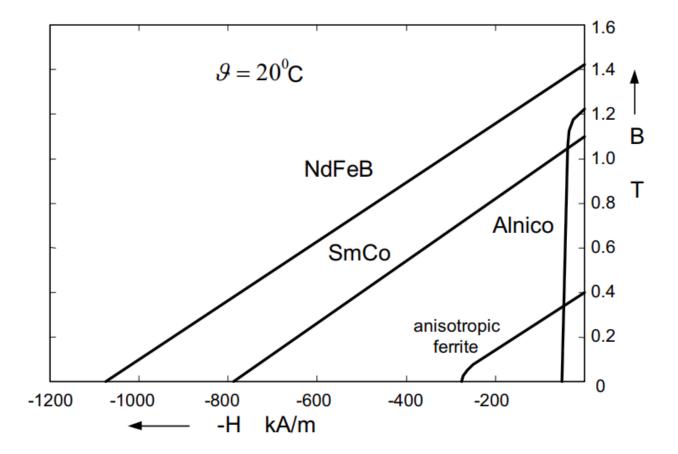
Еще больше плотность магнитной энергии

- »  $B_r 1,1...1,2$  Тл
- »  $H_c$  600...900 кА/м
- »  $\mu_{\text{IIM}} 1,05...1,1 \; \mu_0$
- »  $W_{\text{пм}} 100...150 \text{ кДж/м}^3$

- » производство дешевле SmCo
- » прочность выше, чем у SmCo
- » магнитные свойства лучше  ${
  m SmCo}$ , но только при комнатной  $t^\circ$
- » при повышении  $t^\circ$  быстро теряют намагниченность
- $^{\circ}$  рабочая температура до  $150^{\circ}$
- » склонность к коррозии (кислота, щелочь, вода, водород, радиация)
  - ightarrow требуется защитное покрытие и аккуратная установка

#### Сравнение магнитных материалов

- » ЮНДК / Alnico
- » Ферриты
- » SmCo
- » NdFeB



#### Далее

#### Синхронные микродвигатели

- ▲ Ширинский С.В. каф. ЭМЭЭА, НИУ «МЭИ»
- ShirinskiiSV@mpei.ru
- % https://e-200.ru/EMAU/



