

# ПРИМЕНЕНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ ПРИ УЧЕБНОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ СИНХРОННЫХ МАШИН

*А.В. Иванов-Смоленский, В.И. Гончаров, Тейн Хаинг Тун*

Московский энергетический институт (технический университет)

Обычно при курсовом проектировании гидро- и турбогенераторов пользуются традиционными методиками расчета, основанными на теории двух реакций и расчете магнитной цепи по закону полного тока. При разработке этих методик единое магнитное поле машины представлялось как совокупность локальных полей, рассматриваемых при тех или иных упрощающих допущениях. Точность полученных таким образом расчетных методик в значительной мере зависит от степени использования активных материалов машины.

В современной инженерной практике повышение точности проектирования обеспечивается широким применением численных методов расчета полей, позволяющих, во-первых, рассчитывать полное поле машины и, во-вторых, выполнять эти расчеты при гораздо меньших допущениях. Наибольшее распространение получили расчетные модели, основанные на методе конечных элементов.

В связи с этим целесообразно и в учебном проектировании использовать современные конечно-элементные программы, тем более что среди них есть достаточно простые и доступные, например, известная программа *FEMM*, разработанная Дэвидом Микером (США) [1, 2]. Это позволило бы не только повысить уровень подготовки студентов, но и выработать у них более полный взгляд на современные методы расчета, на рациональное сочетание аналитических и численных методов.

В статье приведены некоторые данные, характеризующие применение простых конечно-элементных моделей для расчета трех синхронных генераторов, примеры расчета которых приведены в учебной литературе [3, 4, 5]. Первый из генераторов, 48-полюсный, мощностью 26200 кВА, с напряжением 10,5 кВ и

коэффициентом мощности 0,8, имеет обмотку с числом пазов на полюс и фазу, равным 19/8. Пример расчета этого генератора дан в [3]. Конечно-элементная модель этой машины представляет собой период первоначальной обмотки, заключающий в себе четыре двойных полюсных деления (рис. 1). На боковых границах расчетной области заданы периодические граничные условия для векторного магнитного потенциала, на верхней и нижней дуговых границах – нулевые условия Дирихле. Источниками поля являются токи, задаваемые на участках, соответствующих пазам статора и сечениям обмотки возбуждения. Плотности тока, задаваемые на этих участках, рассчитываются по мгновенным значениям токов и коэффициентам заполнения указанных сечений медью.

Аналогично выглядит конечно-элементная модель 8-полюсного генератора №2 (500 кВт, пример расчета дан в [4]). Модель генератора №3 (турбогенератор 200 МВт, пример расчета дан в [5]) представляет собой полное поперечное сечение (рис. 2), хотя для экономии времени вычислений расчетная область может быть сокращена вдвое – до одного полупериода, с заданием на боковых границах антипериодических условий. Однако в этом случае модель и полученная на ней картина поля становятся менее наглядными.

Моделирование режима холостого хода выполняется весьма просто – токи задаются только в обмотке возбуждения - на участках пазов статора они принимаются равными нулю, угловое положение ротора, если нас не интересует влияние изменения проводимости зазора при повороте ротора относительно статора, может быть выбрано любым.

Моделирование номинального режима работы состоит в следующем. На периоде поля (для генератора №1 это период первоначальной обмотки) смоделируем результирующее магнитное поле, созданное обеими обмотками генератора. Угловым положением ротора относительно статора необходимо задаться, например, найдя первое приближение по углу нагрузки из векторной диаграммы, соответствующей номинальному режиму и построенной по значениям параметров, рассчитанным по обычным формулам.

Далее возможны два подхода, отличающиеся способом определения результирующей ЭДС обмотки якоря по результатам расчета поля. Первый из них прост – с помощью гармонического анализа распределения индукции в зазоре (получение этой зависимости в графической или табличной форме – одна из функций постпроцессора программы *FEMM*) находятся амплитуда и пространственный фазовый угол основной гармоники индукции в зазоре. Поскольку при моделировании известно пространственное положение магнитной оси обмотки в рассматриваемый момент времени, положение вектора индукции и, следовательно, вектора результирующей ЭДС на векторной диаграмме относительно вектора тока оказываются известными. Далее при известных параметрах обмотки легко найти вектор напряжения и угол  $\varphi$ .

Второй способ предполагает дифференцирование потокосцепления обмотки. Этот способ применялся, в частности, в диссертации А.И. Власова и М.А. Аванесовым при разработке программы *TSPM*, реализующей метод зубцовых контуров [6] применительно к расчету синхронных машин. Последовательное моделирование моментов времени с постоянным и достаточно малым интервалом между ними позволяет получить временную зависимость потокосцепления фазы обмотки с необходимой точностью. При использовании программы *FEMM* для проведения этой серии экспериментов лучше воспользоваться заранее составленной программой на языке *Lua*.

Моделирование в этом случае усложняется и требует большего времени. Для учебных целей определение результирующего потокосцепления можно заметно упростить, не допуская при этом большой ошибки. Если допустить, что результирующее потокосцепление может быть представлено вектором постоянной длины, вращающимся с постоянной скоростью, то мгновенные потокосцепления фаз могут рассматриваться как проекции этого вектора на направления магнитных осей фаз в рассматриваемый момент времени. При этом условии вектор результирующего потокосцепления может быть полностью определен по своим двум проекциям. Потокосцепления фаз в модельном эксперимен-

те находятся как разности средневзвешенных значений векторных магнитных потенциалов на участках, соответствующих начальным и конечным сторонам катушек фаз.

Расчетную длину машины при определении результирующей ЭДС обмотки якоря по результатам моделирования также можно выбрать различным образом. Влияние радиальных каналов на проводимость зазора и, следовательно, на расчетную длину можно учесть так, как это сделано, например, в [3], рассчитав должным образом коэффициент зазора. Подробно учет влияния трехмерной неоднородности при моделировании по методу конечных элементов обсуждается в [7]. Поскольку уменьшение проводимости зазора за счет радиальных каналов, рифления ротора и увеличения зазора вблизи торцевых зон частично компенсируется выпучиванием поля на краях сердечников, приближенно расчетную длину можно взять равной полной длине сердечника статора.

Итак, определив тем или иным способом вектор результирующей ЭДС и построив векторную диаграмму, пользуясь заранее рассчитанными значениями параметров обмотки якоря, можно найти фазное напряжение и коэффициент мощности, т.е. найдя все данные режима работы. Если напряжение и/или коэффициент мощности не соответствуют номинальным значениям, следует скорректировать исходные данные модели – ток в обмотке возбуждения и/или угловое положение ротора относительно статора. Обычно для достижения требуемого соответствия достаточно трех-пяти итераций.

В результате выполненных действий оказывается определенным ток обмотки возбуждения. Заметим, что при этом насыщение магнитной цепи учитывается наиболее полно.

Непосредственно по результатам моделирования могут быть также определены индукции и падения магнитного напряжения в отдельных элементах магнитной цепи, электромагнитный момент и электромагнитная мощность, гармонический состав поля в зазоре.

Необходимо отметить некоторые особенности конечно-элементных моделей синхронных генераторов.

Во-первых, при моделировании гидрогенераторов, имеющих, как правило, большое число полюсов, не следует стремиться к моделированию всего поперечного сечения – при целом  $q$  достаточно воспроизвести на модели одно двойное полюсное деление, а при дробном  $q$  – период первоначальной обмотки. На боковых границах модели в этом случае задаются периодические граничные условия. Такой прием позволяет существенно уменьшить область задачи и, соответственно, время расчета. Использование антипериодических граничных условий позволяет еще больше сократить область задачи, но картина поля в этом случае, как уже было замечено, менее наглядна.

Во-вторых, следует учитывать различное заполнение сталью сердечников статора и ротора, причем рассчитывать коэффициенты заполнения  $k_c$  надо с учетом радиальных вентиляционных каналов. В связи с использованием для шихтованных сердечников (и для сердечников с радиальными каналами) эквивалентных магнитных проницаемостей правильно воспроизводятся на модели значения напряженности поля, но не значения индукции. Правильные значения индукции отличаются от «измеренных» на модели в  $1/k_c$  раз.

Введением расчетной магнитной проницаемости удобно воспользоваться и при моделировании очень малых воздушных промежутков, например, зазора между ободом ротора и сердечником полюса гидрогенератора. Для того чтобы избежать неоправданного увеличения числа конечных элементов, можно увеличить зазор в модели в 10-20 раз, одновременно во столько же раз увеличив относительную магнитную проницаемость среды.

В-третьих, надо внимательно отнестись к выбору и согласованию положительных направлений токов и магнитных потоков, направления вращения поля и направления контура, на котором снимается распределение индукции в воздушном зазоре и определяется электромагнитный момент. То, что результаты моделирования с хорошим приближением известны из выполняемого парал-

тельно по традиционной методике электромагнитного расчета, значительно облегчает освоение работы с конечно-элементными моделями, в том числе учет указанных их особенностей.

По данным, приведенным в таблицах 1-3, можно судить о степени совпадения результатов расчета по традиционным методикам и моделирования. В задаче статьи не входит детальная оценка точности как существующих методов расчета, так и конечно-элементных моделей – эта большая работа требует обязательного привлечения экспериментальных данных и решения численным методом ряда полевых задач, имеющих известное аналитическое решение, поэтому данные, приведенные в таблицах, следует рассматривать только как иллюстрацию возможностей рассмотренных здесь моделей.

Таблица 1

Результаты расчета и моделирования холостого хода генератора №1

Величины и коэффициенты, размерности, обозначения		1	2	3	4
Коэффициент формы поля возбуждения	$k_f$	1,06	1,093 <sup>*1)</sup>	1,099 <sup>*1)</sup>	1,088 <sup>*1)</sup>
Коэффициент потока возбуждения	$k_\Phi$	1,047	1,015	1,017	1,016
Расчетная индукция в зазоре, Т	$B_\delta$	0,758	0,754 <sup>*1)</sup>	0,734 <sup>*1)</sup>	0,741 <sup>*1)</sup>
Амплитуда основной гармоники индукции, Т	$B_{\delta 1m}$		0,824	0,806	0,810
Магнитное напряжение в зазоре, А	$F_\delta$	12424	12776 <sup>*2)</sup>	12508 <sup>*2)</sup>	12568 <sup>*2)</sup>
Индукция на 1/3 высоты зубца статора, Т	$B_{z1/3}$	1,66	1,23 <sup>*3)</sup>	1,21 <sup>*3)</sup>	1,21 <sup>*3)</sup>
			1,63 <sup>*3)</sup>	1,59 <sup>*3)</sup>	1,60 <sup>*3)</sup>
Напряженность поля в зубце статора, А/м	$H_{z1/3}$	7350	5969	4681	4944
Магнитное напряжение в зубце статора, А	$F_{z1}$	919	625 <sup>*4)</sup>	525 <sup>*4)</sup>	551 <sup>*4)</sup>
Индукция в ярме статора, Т	$B_{a1}$	1,24	0,90	0,89 <sup>*3)</sup>	0,89 <sup>*3)</sup>
			1,19	1,17 <sup>*3)</sup>	1,17 <sup>*3)</sup>
Напряженность поля в ярме статора, А/м	$H_{a1}$	615	521	488	486
Магнитное напряжение в ярме статора, А	$F_{a1}$	65	122 <sup>*5)</sup>	112 <sup>*5)</sup>	120 <sup>*5)</sup>
Магнитное напряжение зазора и зубцовых зон, А	$F_1$	13421	13400	13090	13003
Индукция в сердечнике полюса, Т	$B_m$	1,45	1,28	1,24	1,26
Напряженность поля в сердечнике полюса, А/м	$H_m$	1750	1026	932	962
Магнитное напряжение в сердечнике полюса, А	$F_m$	438	219	214	208
Магнитное напряжение в стыке полюса, А	$F_{\delta m}$	515	497	484	487
Магнитное напряжение полюса ротора, А	$F_2$	952	691	667	672
Суммарное магнитное напряжение на полюс, А	$F_f$	14374	14371 <sup>*6)</sup>	13954 <sup>*6)</sup>	14052 <sup>*6)</sup>
Поток в основании полюса, Вб,	$\Phi_m$	0,328	0,306	0,299	0,300
Поток в зазоре на полюсном делении, Вб	$\Phi$	0,241	0,240	0,235	0,236
Ток возбуждения, А	$I_f$	449	449	436	439
ЭДС холостого хода (расчет по $B_{\delta 1b}$ ), В	$E_{xx.\phi}$	6060	6218	6081	6112
ЭДС холостого хода (расчет по потокосцепл.), В	$E_{xx.\phi}$		6151	6018	6049

Обозначения столбцов: 1 – расчет по традиционной методике; 2 - моделирование при расчетном токе возбуждения; 3 – моделирование при  $k_E = 1$  при

определении ЭДС по основной гармонике поля в зазоре; 4 - моделирование при  $k_E = 1$  при определении ЭДС по потокосцеплениям фаз.

\*1) – индукция  $B_\delta$  найдена как среднее значение на зубцовом делении статора, находящемся напротив середины полюса;

\*2) – определено на участке зазора под зубцом статора, находящимся напротив середины полюса;

\*3) – верхнее значение индукции («измеренное» на модели) соответствует материалу сердечника со скорректированной кривой намагничивания, нижнее получено делением этого значения на коэффициент заполнения сердечника сталью (с учетом вентиляционных каналов)  $k_c = 0,76$ ;

\*4) – определено интегрированием касательной составляющей напряженности поля по высоте зубца;

\*5) – определено интегрированием касательной составляющей напряженности поля по средней силовой линии поля в ярме;

\*6) – полный ток на участке модели, соответствующем сечению обмотки возбуждения.

Данные модельного эксперимента представляют одно из полюсных делений. Средние значения для всех полюсных делений на периоде первоначальной обмотки мало, на 2-3%%, отличаются от приведенных в таблице.

Таблица 2

Результаты расчета и моделирования холостого хода генераторов №2 и №3

	Генератор №2		Генератор №3		
	1	2	1	2	3
$B_\delta$	0,738				
$B_{\delta 1m}$	0,773	0,759	0,858	0,901	0,854
$F_\delta$	3250	3075	58602	61850	58566
$B_{z1/3}$	1,48	1,45	1,54	1,50	1,44
$H_{z1/3}$	2710	2489	5100	3887	2365
$F_{z1}$	184	219	1056	740	477
$B_{a1}$	1,37	1,43	1,41	1,42	1,33
$B_m$	1,40	1,45			
$F_{\delta m}$	336	336			
$F_f$	3900	3900	64943	64950	60720
$\Phi_m$	0,0728	0,0700	5,500		
$\Phi$	0,0642	0,0680	4,438	4,306	4,080
$I_f$		125,8	1031	1031	963,8

$E_{хх.ф} по B_{\delta 1}$	3640	3881	9093	9584	9085
$E_{хх.ф} по \Psi$		3835		8940	8459

*Примечания к табл.2.* Обозначения столбцов: 1 – расчет по традиционной методике; 2 - моделирование при расчетном токе возбуждения; 3 – моделирование при  $k_E = 1$  при определении ЭДС по основной гармонике поля в зазоре;

Значение ЭДС генератора №2, приведенное в столбце 2, найдено по амплитуде основной гармоники индукции в зазоре  $B_{\delta 1}$  при расчетной длине, равной полной длине сердечника (485 мм). При расчетной длине, использованной в примере расчета (445 мм), ЭДС получается на 2,8% меньше полученной в примере расчета. При полной длине, уменьшенной в 1,05 раз (составляющая коэффициента зазора, учитывающая наличие радиальных каналов) ЭДС получается на 4,2% больше приведенной в расчете. Значения ЭДС, найденные по потокосцеплениям фаз обмотки, для этого генератора практически равны ЭДС, рассчитанным по  $B_{\delta 1}$ .

Для генератора №3 при определении ЭДС в столбцах 2 и 3 расчетная длина принята равной полной длине сердечника статора (4200 мм), влияние вентиляционных каналов учтено тем, что использована эквивалентная относительная магнитная проницаемость для зазора ( $\mu_r = 0,95$ ). Значения потока в столбцах 2 и 3 найдены интегрированием нормальной составляющей индукции по средней линии зазора. ЭДС холостого хода, равная номинальному фазному напряжению, при определении ЭДС по потокосцеплениям фаз получается при  $F_f = 66380$  А, что всего на 2,2% отличается от МДС возбуждения, полученной в примере расчета [4].

Таблица 3

Расчет и моделирование номинальных режимов генераторов №№ 1,2,3.

Данные режима	Генератор №1			Генератор №2			Генератор №3		
	расчет	мод. А	мод. В	расчет	мод. А	мод. В	расчет	мод. А	мод. В
$U_{\phi}, В$	6060	6077	5990	3640	3594	3684	9093	9121	9156
$I_{\phi}, А$	1441	1441	1441	57,3	57,3	57,3	8625	8625	8625
$\cos\varphi$	0,800	0,807	0,814	0,800	0,809	0,806	0,850	0,843	0,844
$P_1, МВт$	20,943	21,205	21,088	0,500	0,500	0,510	200,00	199,00	200,00
$I_{f, А}$	793	714,9	790,8	259,2	250,1	280,7	.....	.....	.....
$\Delta(I_f), \%$		-9,8	-0,3		-3,0	+8,3		-3,5	+14,3

$\alpha_{dA}$ , °ЭЛ.		143,5	145,9		143,5	143,5		158,3	157,3
$P_{femm}$ , МВт		21,322	21,343		0,465	0,479		186,00	194,47

*Примечания к табл. 3.*

1. В столбцах «**расчет**» приведены данные примеров расчета из соответственно [3, 4, 5]. В следующих двух столбцах приведены данные моделирования номинального режима при определении результирующей ЭДС по амплитуде основной гармоники индукции в зазоре (**мод. А**) и по мгновенным значениям потокосцеплений двух фаз (**мод. В**).

2. В качестве расчетной длины во всех случаях взята полная длина сердечника статора. Для турбогенератора (№3) влияние радиальных вентиляционных каналов на проводимость зазора учтено изменением относительной магнитной проницаемости зазора ( $\mu_k = 0,95 < 1$ ).

3.  $\Delta(I_f)$  – расхождение между током возбуждения, полученным при моделировании, и его значением, приведенным в примере расчета.

4.  $P_{femm}$  – электромагнитная мощность, рассчитанная по моменту, найденному по максвелловским натяжениям (интегрирование по средней линии воздушного зазора).

*Выводы.*

Результаты, полученные на простых конечно-элементных моделях синхронных генераторов, оказываются весьма близкими к результатам расчетов по традиционным методикам. Применение таких моделей целесообразно ввести в практику учебного проектирования.

При формировании конечно-элементных моделей крупных синхронных машин следует учитывать особенности, связанные с учетом трехмерной неоднородности магнитной системы и со способом определения результирующей ЭДС якоря.

*Литература.*

1. Meeker D. Finite Element Method Magnetics. User's Manual. Version 4.0; June 17, 2004 ([dmeeker@ieee.org](mailto:dmeeker@ieee.org) и <http://femm.foster-miller.com>).

2. Буль О.Б. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов: Магнитные цепи, поля и программа *FEMM*. – М.: Изд. центр «Академия», 2005. – 336 с.: ил.

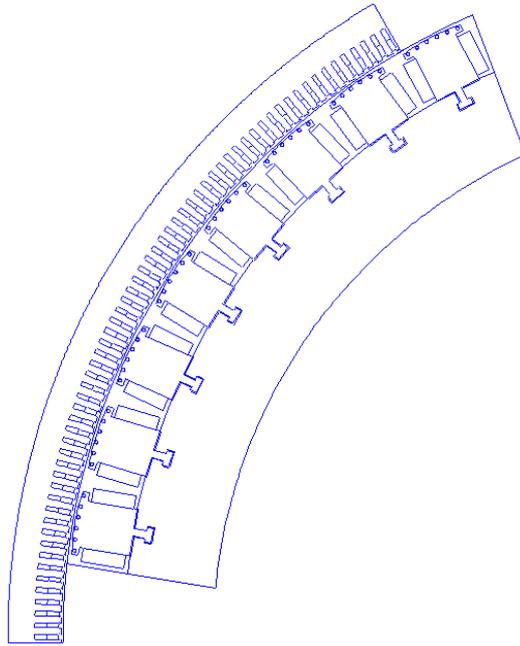
3. Абрамов А.И., Иванов-Смоленский А.В. Проектирование гидрогенераторов и синхронных компенсаторов.: Учебное пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 2001. – 389 с.: ил.

4. Проектирование электрических машин: Учеб. пособие для вузов/ П.С. Сергеев, Н.В. Виноградов, Ф.А. Горяинов; Под действием ред. представляют собой. Сергеева. – М.: «Энергия», 1970. – 632 с.: ил.

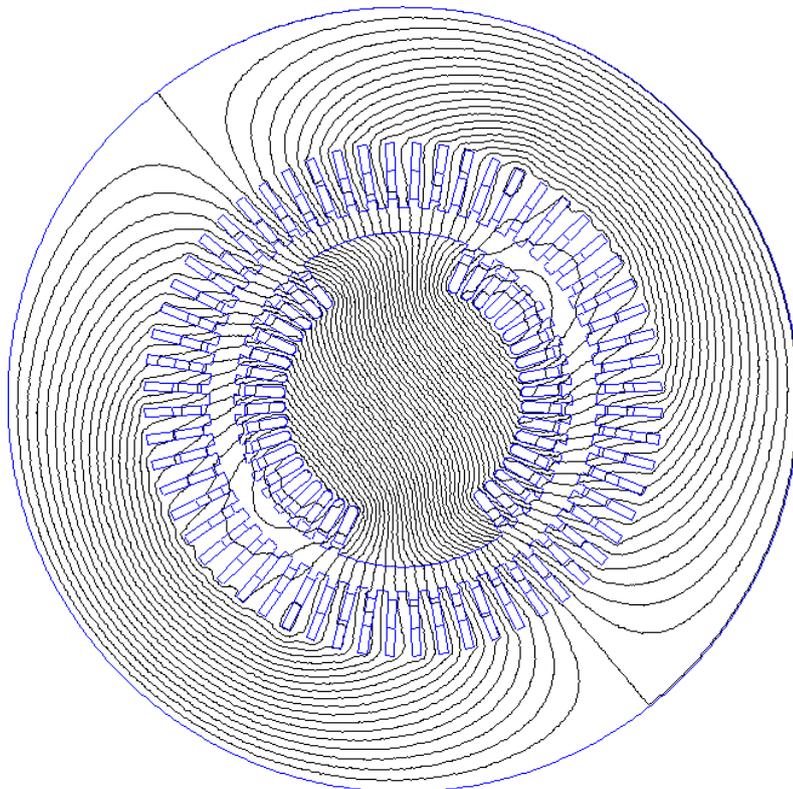
5. Абрамов А.И., Извеков В.И., Серихин Н.А. Проектирование турбогенераторов: Учеб. пособие для вузов – М.: Издательство МЭИ, 2005.

6. Универсальный метод расчета электромагнитных процессов в электрических машинах/А.В. Иванов-Смоленский, Ю.В. Абрамкин, А.И. Власов, В.А. Кузнецов; Под ред. А.В. Иванова-Смоленского. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 216 с.: ил.

7. -Смоленский А.В., Кузнецов В.А. Метод расчета магнитных полей с учетом трехмерной неоднородности сердечников электрических машин// Электричество. – 2005. №11. – с.2-7.



**Рис. 1.** Конечно-элементная модель 48-полюсного гидрогенератора, пример расчета которого приведен в [3]. Модель построена на периоде первоначальной обмотки



**Рис. 2.** Конечно-элементная модель турбогенератора, пример расчета которого приведен в [5]. Показана картина поля в номинальном режиме работы.

*Аннотация*

**ПРИМЕНЕНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ ПРИ  
УЧЕБНОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ СИНХРОННЫХ МАШИН**

*А.В. Иванов-Смоленский, В.И. Гончаров, Тейн Наинг Тун*

Московский энергетический институт (Технический университет)

При учебном проектировании синхронных машин параллельно с расчетом по традиционным методикам целесообразно использовать простые двухмерные конечно-элементные модели, что позволит повысить уровень подготовки студентов, но и выработать у них более полный взгляд на современные методы расчета и на рациональное сочетание аналитических и численных методов.

При этом следует учитывать особенности конечно-элементных моделей крупных синхронных машин, связанные с учетом трехмерной неоднородности магнитной системы и со способом определения результирующей ЭДС якоря.

*Ключевые слова:* учебное проектирование, синхронные машины, метод конечных элементов

*Abstract*

**THE USE OF FINITE-ELEMENT MODELS IN EDUCATIONAL  
DESIGNING OF SYNCHRONOUS MACHINES**

*A.V. Ivanov-Smolenskii, V.I. Goncharov, Thein Naing Tun*

Moscow Power Engineering Institute (Technical University)

The simple 2D-finite-element models are recommended for the use in educational designing of synchronous machines along with traditional electromagnetic design. This will bring up the students' level of knowledge and form the complete opinion on the modern computation methods and efficient combination of analytical and numerical computing techniques. The characteristic properties of 2D-models of large syn-

chronous machines caused by 3D heterogeneity of a magnetic circuit and methods of determining the resultant armature e.m.f. must be taken into account.

*Key words:* educational designing, synchronous machines, finite element method

### *Авторы*

Алексей Владимирович Иванов-Смоленский, окончил электромеханический факультет (ЭМФ) МЭИ в 1944 г., в 1966 г. защитил докторскую диссертацию на тему о физическом моделировании электрических машин, профессор кафедры электромеханики МЭИ (ТУ), заслуженный деятель науки РФ.

Владимир Иванович Гончаров, окончил ЭМФ МЭИ в 1963 г., ст. преподаватель кафедры электромеханики МЭИ (ТУ).

Тейн Наинг Тун, окончил бакалавриат по направлению «электроэнергетика» в Яньгонском техническом университете (Союз Мьянмы) в 2002 г., магистратуру по кафедре электромеханики МЭИ в 2006 г., аспирант кафедры электромеханики МЭИ (ТУ).

### *Authors*

ALEKSEY VLADIMIROVICH IVANOV-SMOLENSKII graduated from the Electromechanical Faculty of the Moscow Power Engineering Institute (MPEI) in 1944. In 1966 he received the degree of Doctor of Techn. Sci. from the MPEI. His thesis dealt with physical modelling of electrical machines. He is a professor in the Electromechanics Department of the MPEI. He is a Honoured scientist of Russian Federation.

VLADIMIR IVANOVICH GONCHAROV graduated from the Electromechanical Faculty of the Moscow Power Engineering Institute (MPEI) in 1963. He is a senior lecturer in the Electromechanics Department of the MPEI.

THEIN NAING TUN received a bachelor's degree on electrical energetics from the Yangon Technical University (Myanmar Union) in 2002 and master's de-

gree from the Electromechanics Department of the MPEI in 2006. He is a post-graduate student in the Electromechanics Department of the MPEI.