

РАСЧЕТЫ ВИХРЕВЫХ ПОЛЕЙ В ЭЛЕКТРОМЕХАНИКЕ

Фисенко Валерий Григорьевич

В устройствах электромеханики проявление вихревых токов и вытеснения тока в большинстве случаев имеет негативные последствия, связанные с увеличением потерь и, следовательно, понижением КПД.

В качестве примера были выполнены численные расчеты вихревых полей в пазу электрической машины большой мощности при частоте тока $f = 400$ Гц.

Обмотка якоря выполнена из прямоугольных элементарных проводников $1,6 \times 2,24$ мм с суммарным сечением меди в пазу $s_{Cu} = 580$ мм², число эффективных проводников в пазу $u_{\text{п}} = 4$, число элементарных проводников в эффективном $n_{\text{эл}} = 42$.

Действующее значение тока фазы $I_{\phi} = 330$ А. Рассматривался паз, в котором расположена правая сторона катушки одной фазы и левая сторона катушки другой фазы. Картина переменного поля в пазу изображена на рис. 1 (приведена половина паза).

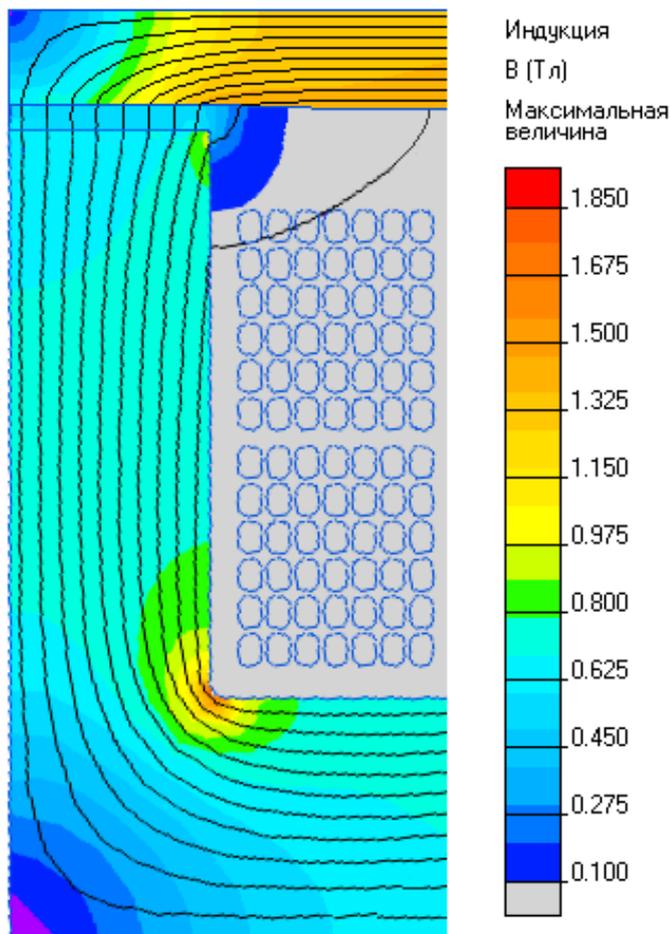


Рис. 1. Картина поля в пазу статора с обмоткой якоря

Предварительная оценка показывает, что глубина проникновения поля h_{ξ} для этого случая соизмерима с размерами элементарного проводника:

$$h_{\xi} = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \mu_0 \cdot \gamma_{Cu} \cdot f}} = 3,671 \text{ мм};$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная проницаемость воздуха; $\gamma_{Cu} = 47$ МСм/м – удельная электропроводность меди. Поэтому в элементарных проводниках из-за действия вихревых токов имеет место существенно неравномерное распределение плотности тока.

Картина распределения плотности тока в элементарных проводниках обмотки *без транспозиции* представлена рис. 2а. Как видно из рис. 2а, плотность тока в элементарных проводниках по высоте катушки от дна паза к его раскрытию изменяется от 0,5 А/мм² до 30 А/мм². Распределение плотности тока по высоте внутренних проводников, расположенных у стенки паза, изображено на рис. 2б.

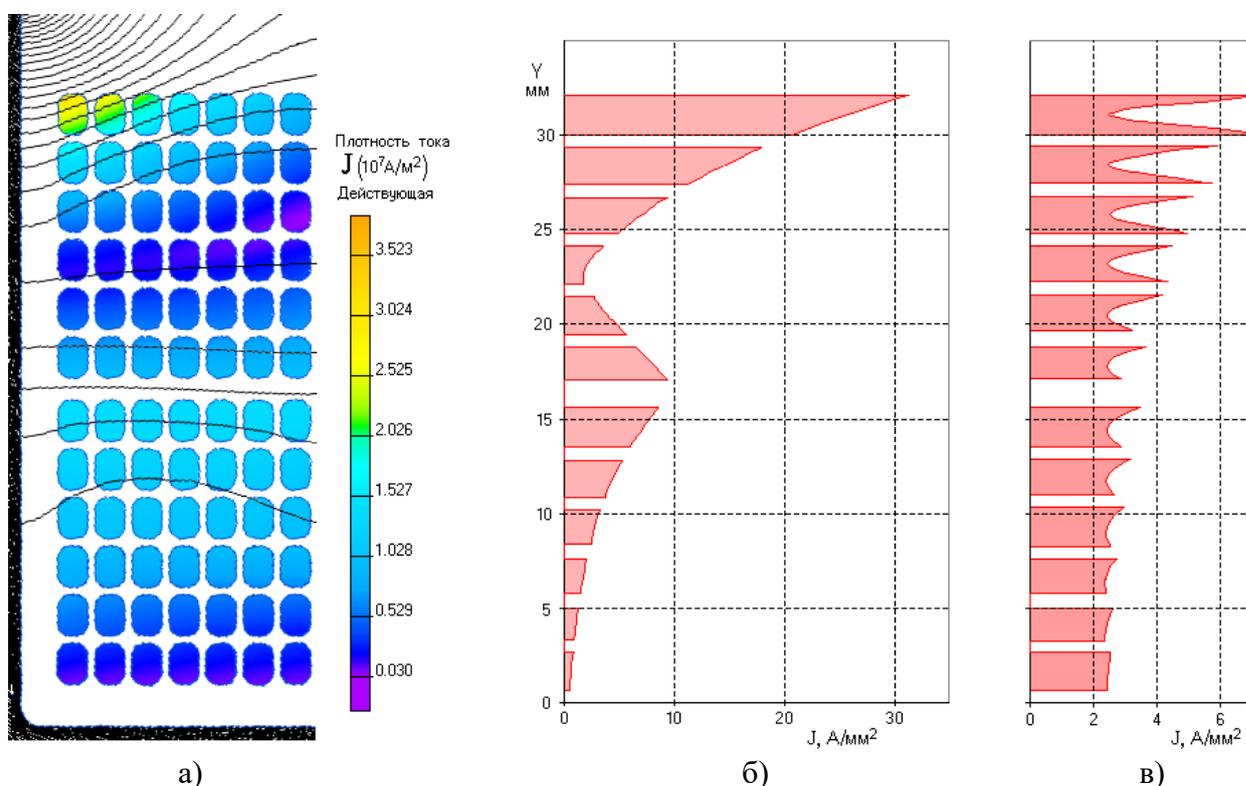


Рис. 2. Картина поля и распределение плотности тока в пазу статора с обмоткой

Такая высокая неравномерность плотности тока по высоте паза связана с тем, что возникают вихревые токи не только внутри проводника, но и между отдельными элементарными проводниками (так называемые, циркуляционные токи), так как они соединены параллельно (транспозиция элементарных проводников отсутствует).

В этом случае электрические потери на единицу длины с учетом вихревых токов в пазу по результатам полевого расчета $P_{\text{эл}\xi} = 624,7$ Вт/м. Электрические потери в пазу при постоянном токе $P_{\text{эл}0} = (u_{\text{п}} \cdot I_{\phi})^2 R_{\text{п}} = 63,9$ Вт/м, где $I_{\phi} = 330$ А;

$$R_{\text{п}} = \frac{1}{\gamma_{Cu} \cdot S_{Cu}} = 3,668 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}.$$

Таким образом, коэффициент увеличения электрических потерь будет

$$k_r = P_{\text{эл}\xi} / P_{\text{эл}0} = 624,7/63,9 = 9,77.$$

В случае идеальной транспозиции, как показали расчеты магнитного поля, распределение плотности тока по тем же элементарным проводникам катушки представлено на рис. 2в. Плотность тока в этом случае изменяется менее значительно (от 2,5 до 7 А/мм²).

Для случая идеальной транспозиции электрические потери с учетом вихревых токов в пазовой части обмотки по результатам полевого расчета $P_{\text{к}\xi} = 111,52$ Вт и, соответственно, имеем коэффициент увеличения электрических потерь

$$k_r = P_{\text{эл}\xi} / P_{\text{эл}0} = 111,52/63,9 = 1,745.$$

Аналитический расчет в случае идеальной транспозиции (Сергеев П.С. Проектирование электрических машин. стр. 153) дает:

$$K_r := 1 + 0,107 \cdot m_{\text{э}h}^2 \cdot h_{\text{пр}}^4 \cdot \left(m_{\text{э}b} \cdot \frac{b_{\text{пр}}}{b_{\text{п}}} \right)^2 \cdot \left(\frac{f}{50} \right)^2 \cdot 10^{-4} = 2,187,$$

где $m_{\text{э}h} = 12$ – число элементарных проводников по высоте; $m_{\text{э}b} = 14$ – число элементарных проводников по ширине; $h_{\text{пр}} = 2,24$ мм, $b_{\text{пр}} = 1,6$ мм – высота и ширина элементарного проводника; $b_{\text{п}} = 32,4$ мм – ширина паза; $f = 400$ Гц – частота тока в обмотке (аналитика дает несколько завышенный результат из-за неучета насыщения стали и кривизны линий поля в пазу).

Считается, что $k_r = 1,7$ – это очень большая величина. Как известно, например, для турбогенераторов небольшой мощности (2-60 МВт) при косвенном охлаждении обмотки статора допускается величина $k_r \leq 1,3$. Только для турбогенераторов с непосредственным охлаждением ОЯ через каналы в полых проводниках обмотки допускается величина k_r до 1,5-1,6 и лишь в крайнем случае при определенных условиях до 2. Уменьшение k_r достигается уменьшением высоты элементарного проводника.

Наряду с повсеместным вредным действием вихревых токов имеется большое количество примеров их полезного проявления: в асинхронных двигателях (особенно глубокопазных), в микроволновых печах, в устройствах поверхностной закалки стали, в устройствах электромагнитного перемешивания жидких металлов и т.д.

Рассмотрим пример использования проявления вихревых токов для улучшения пусковых свойств асинхронных двигателей с глубокими пазами и массивными стержнями короткозамкнутой клетки ротора. Как известно, увеличение пускового момента достигается благодаря увеличению активного сопротивления стержней клетки ротора, связанному с вытеснением тока.

На рис. 3 приведены результаты расчета распределения плотности тока в прямоугольном пазу ротора асинхронного двигателя в начальный момент пуска (частота тока в стержне $f = 50$ Гц, высота и ширина стержня, соответственно – $h = 40$ мм и $b = 8$ мм, его электропроводность $\gamma = 20,5$ МСм/м). По результатам расчета поля средняя плотность тока в стержне составила

4 А/мм². При этом плотность тока у дна паза – менее чем 0,5 А/мм², а у раскрытия – более 10 А/мм².

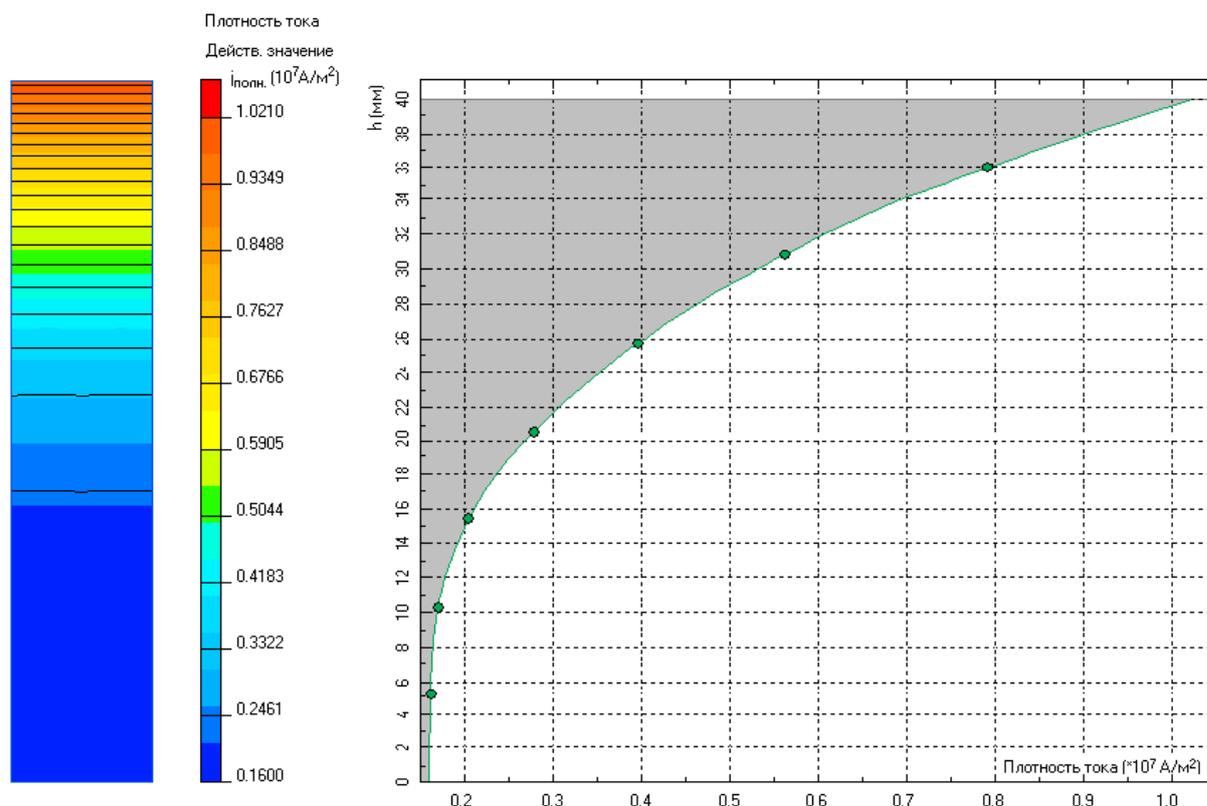


Рис. 3. Картина поля и распределение плотности тока в прямоугольном пазу с массивным стержнем

По результатам расчета поля [1] могут быть также вычислены коэффициенты увеличения потерь (или активного сопротивления) в стержне $k_r = r_{c\xi} / r_c$ и индуктивного сопротивления $k_x = \lambda_{c\xi} / \lambda_c$, где активное сопротивление стержня и проводимость пазового рассеяния с учетом вытеснения определяются из выражений

$$r_{c\xi} = U_\xi \cos\varphi_\xi / I_c, \quad (1)$$

$$\lambda_{c\xi} = U_\xi \sin\varphi_\xi / (2\pi f \mu_0 I_c); \quad (2)$$

активное сопротивление и проводимость при постоянном токе вычисляются с помощью известных соотношений

$$r_c = l_c / (\gamma S_c), \quad (3)$$

$$\lambda_c = \Psi_c / (\mu_0 I_c). \quad (4)$$

Здесь U_ξ , φ_ξ – модуль и аргумент напряжения на стержне, определяемые по расчету поля, В; I_c – ток стержня, А; l_c – длина стержня, м; γ – его электропроводность, МСм/м; S_c – его сечение, мм², Ψ_c – потокосцепление рассеяния стержня, Вб.

Для стержня рис. 3 из расчета поля имеем $U_\xi = 0,70531$ В; $\varphi_\xi = 45,652^\circ$; $I_c = 1280$ А. Тогда по (1), (2) получим $r_{c\xi} = 0,000385$ Ом; $\lambda_{c\xi} = 0,998$. По (3) находим $r_c = 0,000152$ Ом. Проводимость стержня без вытеснения можем для простоты определить по известной точной (без учета насыщения прилегающей стали) формуле $\lambda_c = h / (3 \cdot b) = 1,667$. Тогда коэффициенты вытеснения

$$k_r = 0,000385 / 0,000152 = 2,53; \quad k_x = 0,998 / 1,667 = 0,599.$$

Для такой простой формы паза и стержня (и принятых допущений) коэффициенты вытеснения можно рассчитать аналитически по формулам [1]:

$$k_r = \xi \frac{\operatorname{sh} 2\xi + \sin 2\xi}{\operatorname{ch} 2\xi - \cos 2\xi}, \quad (5)$$

$$k_x = \frac{3}{2\xi} \cdot \frac{\operatorname{sh} 2\xi - \sin 2\xi}{\operatorname{ch} 2\xi - \cos 2\xi}, \quad (6)$$

где $\xi = h / h_\xi$. Согласно этим формулам имеем:

$$h_\xi = \sqrt{1 / (\pi \mu_0 \gamma f)} = 15,7 \text{ мм}; \quad \xi = 40 / 15,7 = 2,548;$$

$$k_r = 2,527; \quad k_x = 0,599.$$

Такое хорошее совпадение численного анализа и аналитики имеет место лишь для прямоугольного стержня.

Обычно для улучшения пусковых свойств используются фигурные или двойные стержни короткозамкнутой клетки ротора, расположенные в соответствующих пазах. В таких стержнях вытеснение тока наиболее выражено (рис. 4).

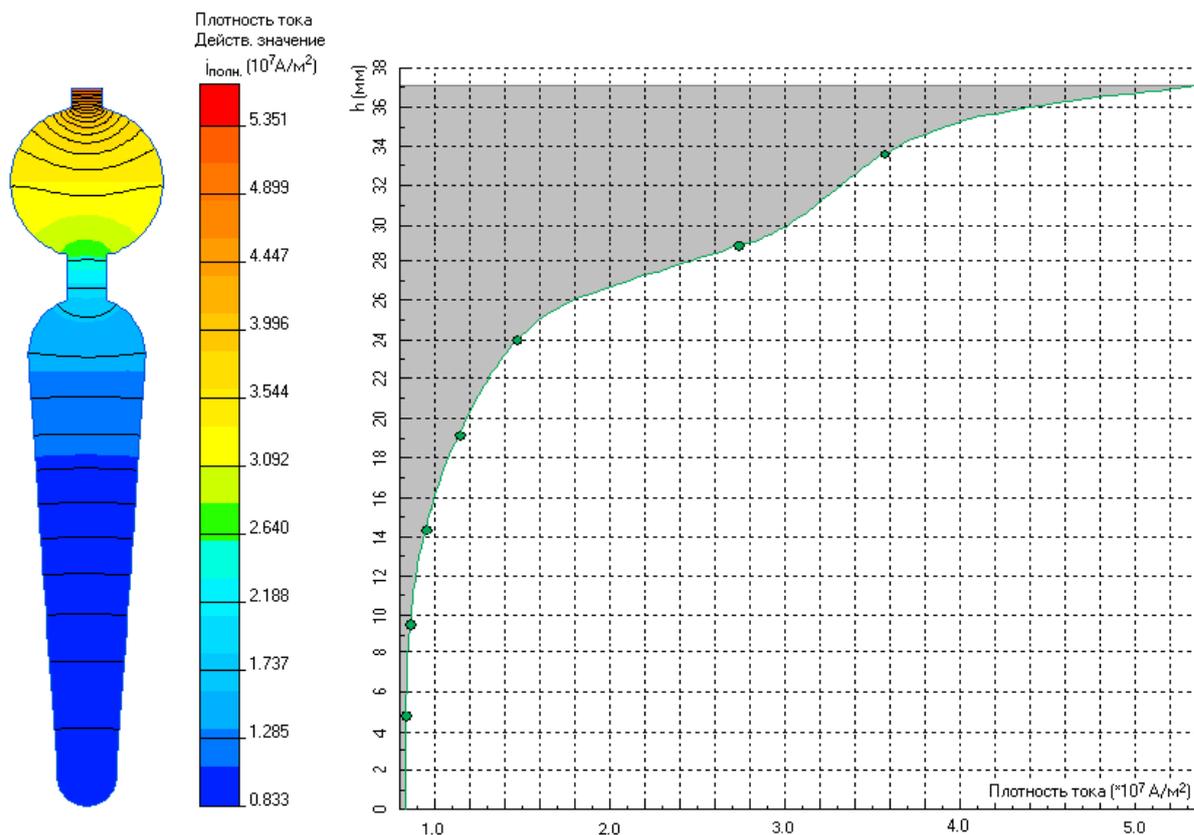


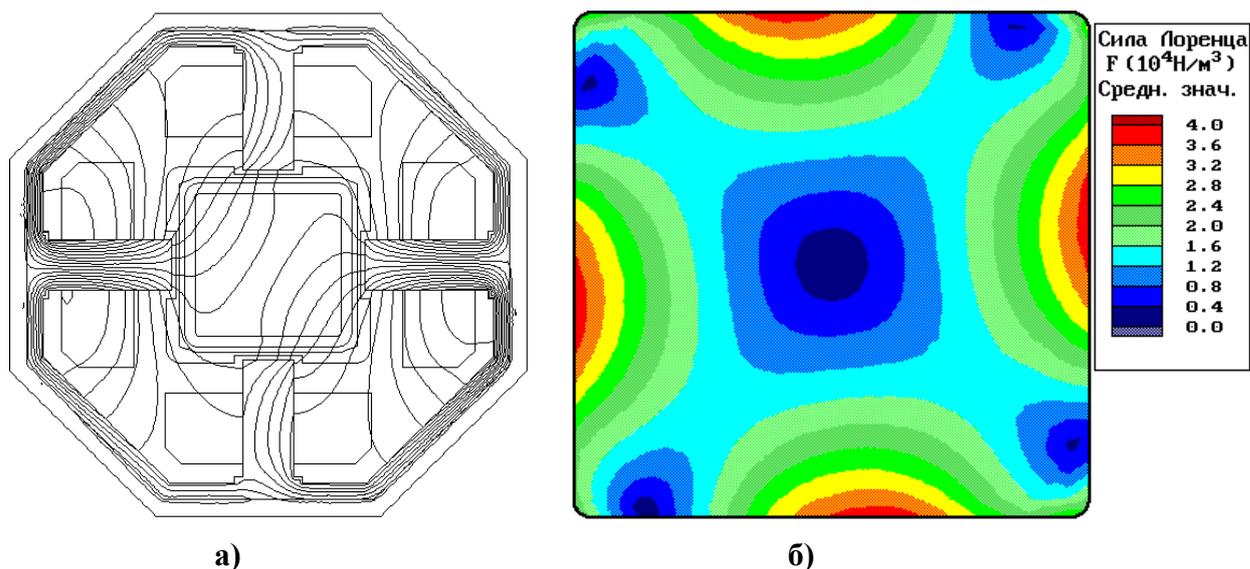
Рис. 4. Картина поля и распределение плотности тока в пазу с двойным массивным стержнем

Другим примером полезного проявления вихревых токов является перемешивание жидких металлов.

В мировой практике для улучшения качества стали применяется электромагнитное перемешивание ее жидкой фазы с помощью устройства, представляющего собой статор электрической машины с двухфазной или трехфазной обмоткой, охватывающий канал кристаллизации.

На рис. 5а приведена картина магнитного поля в поперечном сечении устройства перемешивания с шихтованным магнитопроводом и жидкой сталью в канале при частоте тока 7 Гц [2].

На рис. 5б представлена тоновая карта распределения объемной плотности сил в канале, действующих на жидкую сталь при частоте 5 Гц [2].



а) б)
Рис. 5. Картина поля в электромагнитном перемешивателе и распределение сил в канале

Расплав стали является немагнитным материалом, а его электропроводность примерно на порядок ниже электропроводности стали при нормальной температуре. Поэтому для создания необходимых перемешивающих усилий требуются весьма большие МДС индуктора.

Расчеты поля в поперечном сечении устройства показали, что значения тангенциальных составляющих объемных сил в канале имеют максимум при определенной частоте тока в обмотках, при которой обеспечивается приемлемая скорость перемешивания, лежащая в диапазоне от 0,5 до 1,0 м/с.

Математическая модель и процессы, происходящие в канале с жидкой сталью, подробно описаны в [3]. Измерения индукции в канале при отсутствии в нем жидкой стали, выполненные на действующей установке в условиях цеха, подтвердили высокую точность проведенных расчетов.

Л и т е р а т у р а

1. **Гончаров В.И., Фисенко В.Г.** Исследование переменных электромагнитных полей в массивных проводниках электрических машин. Лабораторные работы №1-3. Методическое пособие по курсу "Электромагнитные расчеты". М.: Изд-во МЭИ, 2000, - 24 с.

2. **Грачев В.Г., Кузьмина Л.И., Тамоян Г.С., Фисенко В.Г.** Расчет объемных сил, действующих на жидкую фазу непрерывнолитого слитка при электромагнитном перемешивании. В кн.: Тезисы докл. IV Международн. конф. "Электротехника, электромеханика и электротехнологии. МКЭЭ-2000". Россия, Клязьма, 18-22 сент. 2000, с.346-347.

3. **Грачев В.Г., Сивак Б.А., Зарубин С.В., Фисенко В.Г., Соловьев А.А.** Математическое моделирование МГД-процессов в потоке жидкого металла при электромагнитном перемешивании в установках ПНРС. Металлург, № 4, 2008, с. 45-50.

26.03.2009. В.Г. Фисенко

Все расчеты магнитных полей выполнялись с помощью коммерческого конечно-элементного пакета ELCUT-3.4 фирмы TOR, г. Санкт-Петербург (<http://www.tor.ru/elcut>).